



به نام خداوند بخشنده و مهربان

مکانیک سیالات ۱

فصل ۳: بررسی جریان سیالات به صورت انتگرالی

بخش اول: قانون بقای جرم

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

محاسبات عددی (استاد جودکی)



مقدمه



در حالت کلی ۳ روش کلی برای حل مسائل جریان سیال وجود دارد:

از یک سری قوانین کلی (بقا) برای حجم مشخصی (حجم کنترل) از میدان جریان استفاده می شود. روش **سریع**، **کمک هزینه** ولی **تقریبی** است.

روش حجم کنترل

۱

از معادلات دیفرانسیلی برای میدان جریان استفاده شده و غالبا از روش های عددی برای حل معادلات استفاده می شود. **حل دقیق تری** دارند.

روش دیفرانسیلی

۲

از آنالیز ابعادی استفاده می کند تا پارامترهای بی بعد بدست آیند سپس اثر آن پارامترها را در آزمایشگاه بررسی می کنند. (هزینه زیاد و زمان طولانی)

روش تجربی

۳



خواص مواد

خواص متمرکز (شدتی)
Intensive

اندازه آن ها مستقل از مقدار ماده است



دما، چگالی، ظرفیت گرمایی،
نقطه ذوب و ...

خواص گسترده (مقداری)
Extensive

اندازه آن ها به مقدار ماده بستگی دارد



وزن، حجم، انرژی، اندازه
حرکت، ...



قوانین بقا:



توجه: می توان متغیرهای گسترده را در واحد جرم بیان کرده به خواص متمرکز تبدیل نمود. به عنوان نمونه انرژی بر واحد جرم (e) به مقدار ماده بستگی ندارد و کمیت متمرکز محسوب می شود.

معادلات اساسی که مبنای اکثر تحلیل های مسائل جریان سیال را تشکیل می دهند:



- ۱- معادله بقای جرم (پیوستگی)
- ۲- معادله بقای اندازه حرکت (ممنتوم)
- ۳- معادله بقای انرژی

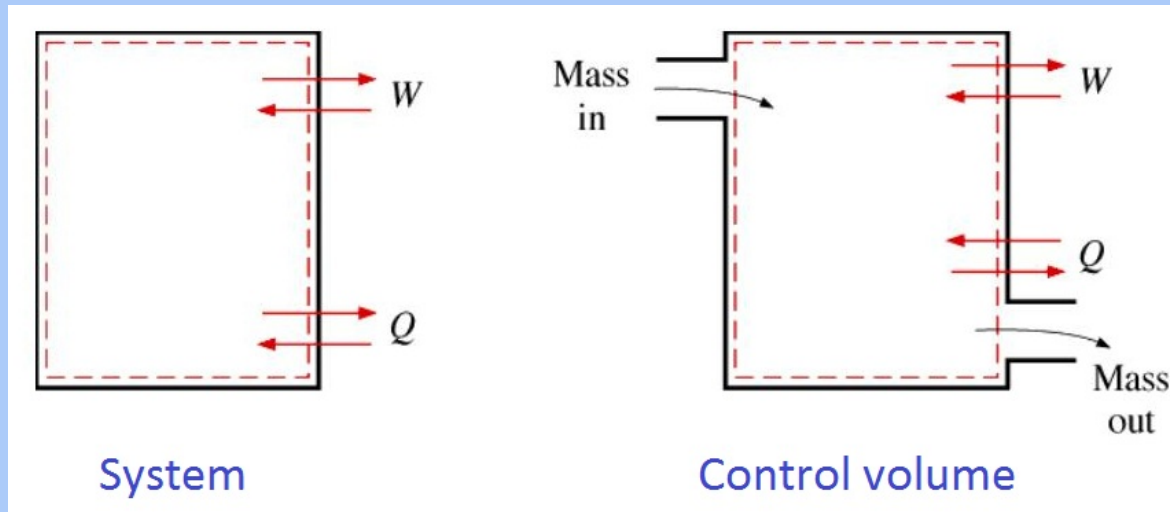


سیستم و حجم کنترل



جرم معینی از ماده را سیستم گویند.

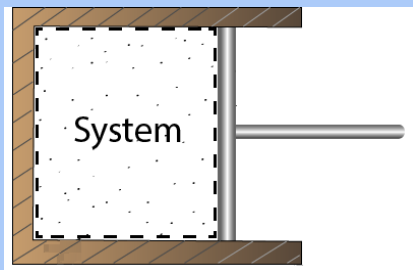
سیستم ممکن است تغییر شکل و دما داشته باشد اما همواره مقدار ماده آن ثابت است..



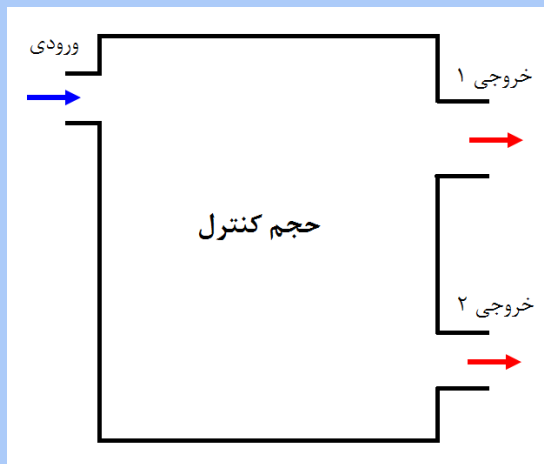
حجم کنترل، حجم معینی از فضا است که جریان جرم، انرژی و اندازه حرکت به داخل و خارج آن وجود دارد.



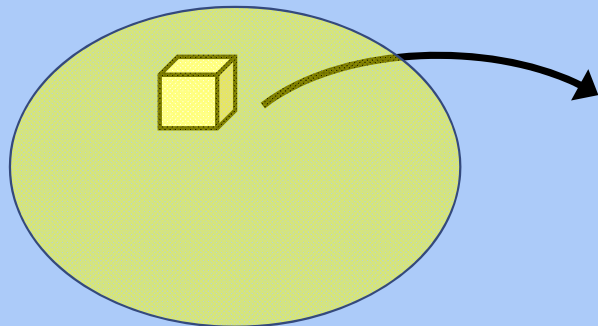
معادله بقای جرم (پیوستگی)



$$\frac{dm_{sys}}{dt} = 0$$



$$\boxed{\begin{array}{l} \text{تغییرات جرم} \\ \text{درون حجم} \\ \text{کنترل} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \text{جمع نرخ جریان} \\ \text{های ورودی و} \\ \text{خروجی} \end{array}} = 0$$



حجم کنترل

$$dm = \rho dV$$

$$m = \int dm = \iiint \rho dV$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dV$$

الف) تغییرات جرم حجم کنترل:



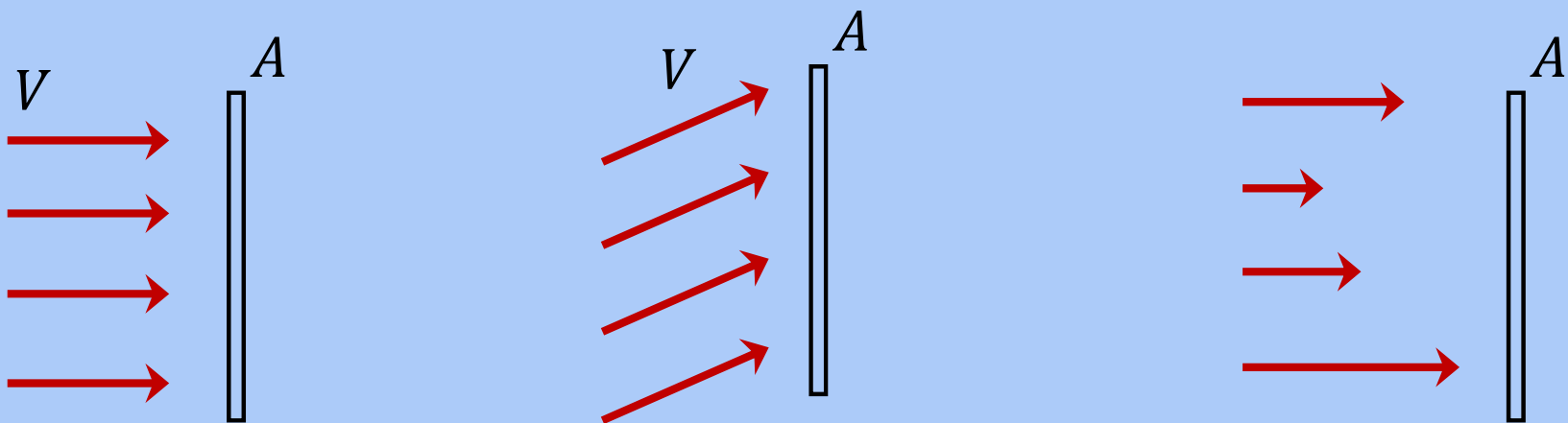
جرم المان

جرم کل حجم کنترل

تغییرات جرم حجم کنترل:



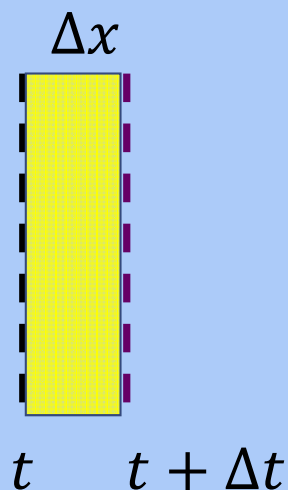
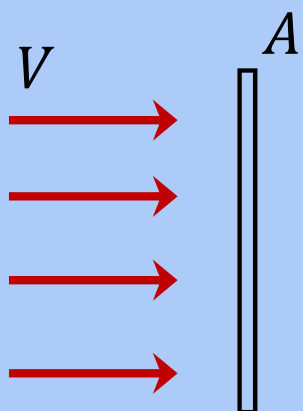
ب) نرخ جریان در ورودی و خروجی:



اندازه سرعت، جهت سرعت، اندازه سطح



محاسبه حجم سیال عبوری از سطح در واحد زمان:



$$dV = A \times \Delta x$$

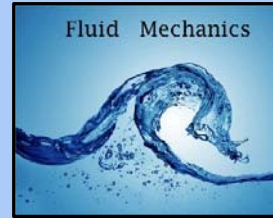
$$\frac{dV}{dt} = \frac{A \times \Delta x}{\Delta t} = V \times A$$

دبی حجمی



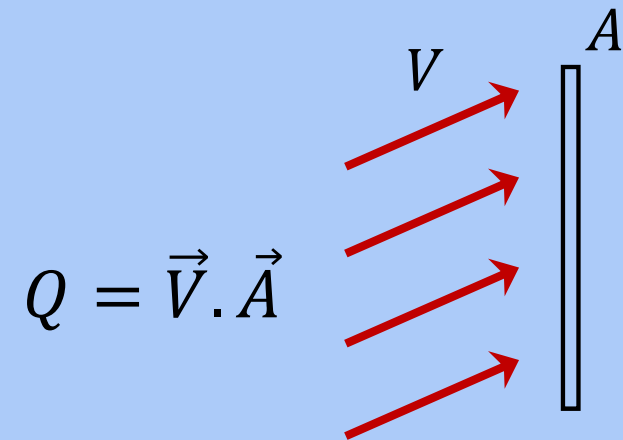
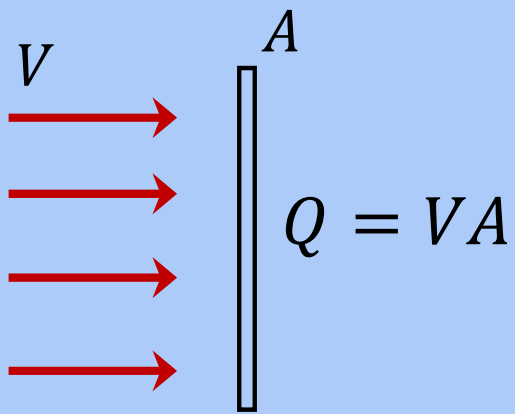
$$Q = \int \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

رابطه کلی دبی حجمی:



$$\dot{m} = \int \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

رابطه کلی دبی جرمی:



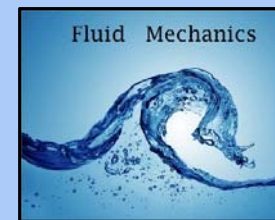


معادله بقای جرم (پیوستگی)

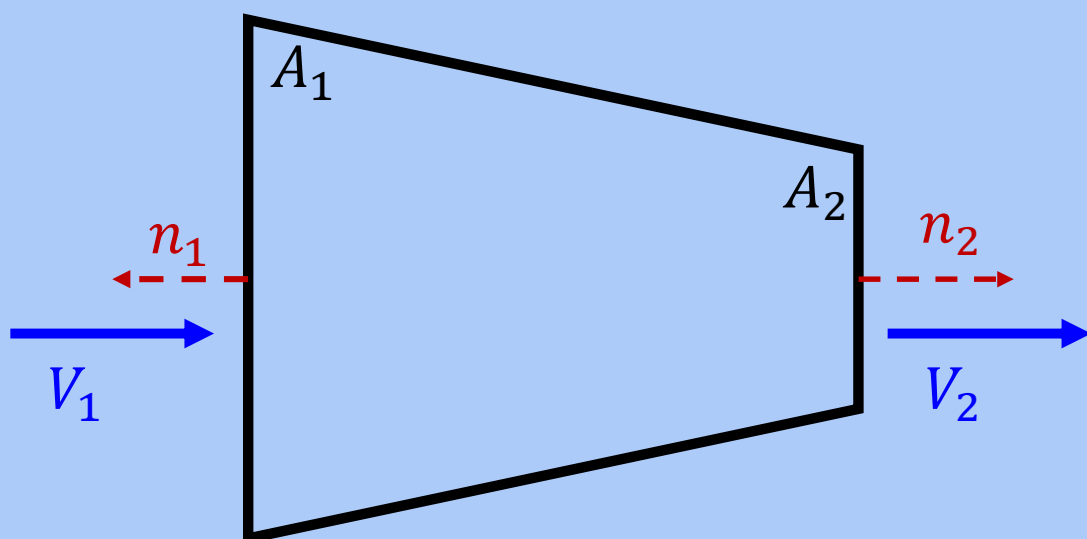


$$\begin{array}{|l} \text{تغییرات جرم} \\ \text{درون حجم} \\ \text{کنترل} \end{array} + \begin{array}{|l} \text{جمع نرخ جریان} \\ \text{های ورودی و} \\ \text{خروجی} \end{array} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dV + \int \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = \mathbf{0}$$



نکته:



$$Q_1 = V_1 \cdot A_1 < 0$$

$$Q_2 = V_2 \cdot A_2 > 0$$



نکته:

اگر جریان پایا (Steady) باشد، تغییرات هر پارامتر نسبت به زمان صفر است.

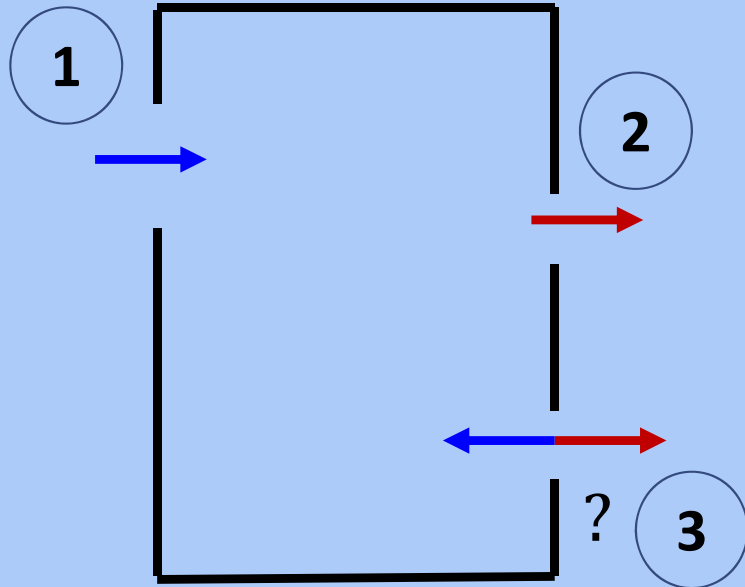
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dV = 0$$

پس با فرض جریان پایا (Steady)، معادله پیوستگی:

$$\int \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum V_i \cdot A_i = 0$$



سوال:



$$A_1 = 0.5 \text{ m}^2$$

$$V_1 = 5 \text{ m/s}$$

$$A_2 = 2 \text{ m}^2$$

$$V_2 = 1 \text{ m/s}$$

$$A_3 = 0.5 \text{ m}^2$$

$$V_3 = ?? \text{ m/s}$$



نکته:



$$-V_1 A_1 + V_2 A_2 = 0$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$



$$A_1 = A_2 \quad \longrightarrow \quad V_1 = V_2$$



نکته:

$$-V_1 A_1 + V_2 A_2 = 0$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$A_1 > A_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 < V_2$$

