



به نام خداوند بخشنده و مهربان

مکانیک سیالات ۱

فصل ۳: بررسی جریان سیالات به صورت انتگرالی

بخش دوم: قانون بقای اندازه حرکت خطی

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

محاسبات عددی (استاد جودکی)



معادله بقای اندازه حرکت خطی (بقا ممنتوم)



mV

تعریف اندازه حرکت

نرخ تغییرات اندازه حرکت با نیروی وارده بر سیستم برابر است.

$$\frac{d}{dt}(mV) = m \frac{dV}{dt} = ma = F$$

برای حجم کنترل:

نرخ تغییر اندازه حرکت
جرم درون حجم کنترل

+

نرخ تغییر اندازه حرکت در
مرزها (ورودی و خروجی)

=

نیروهای حجمی

+

نیروهای سطحی



بقای ممنتوم:



$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \vec{v} \rho dV + \int \vec{v} (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) = \boxed{\text{نیروهای حجمی}} + \boxed{\text{نیروهای سطحی}}$$

\downarrow \downarrow
 dm \dot{m}

وزن، میدان های مغناطیسی، الکتریکی، ...

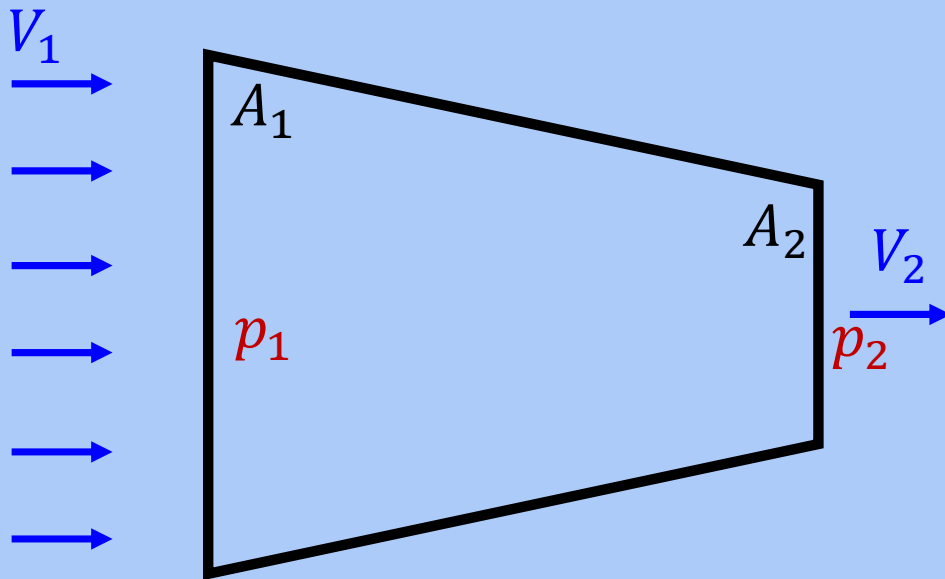
نیروهای حجمی:

اصطکاک دیواره ها، نیروی فشار (ورودی و خروجی ها) و ...

نیروهای سطحی:

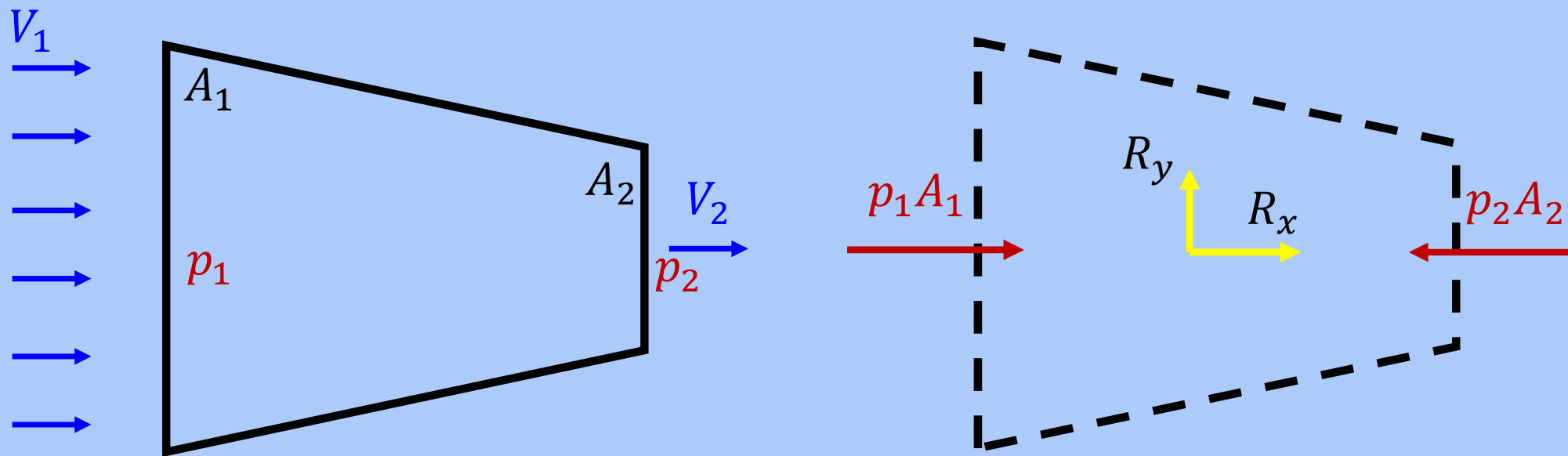


مثال: به کمک قانون بقای ممنتوم برای شیپوره همگرای شکل زیر، نیروی وارده بر آن را محاسبه کنید؟ مسئله پایا





پاسخ:



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



پاسخ:



بقای جرم:

$$-\rho V_1 A_1 + \rho V_2 A_2 = 0$$

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 = \dot{m}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \vec{V} \rho dV = 0$$

با توجه به فرض پایایی:

$$\int \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot \vec{dA}) = V_1 \vec{i} (-\rho V_1 A_1) = -\dot{m} V_1 \vec{i}$$

نرخ تغییر ممنتوم در ورودی:



ادامه پاسخ:



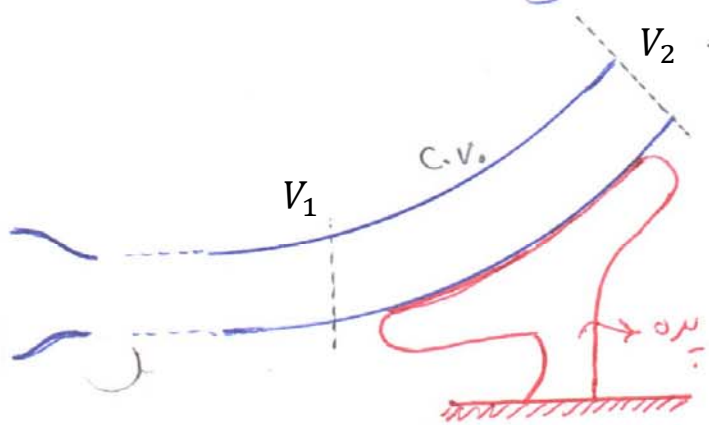
$$\int \vec{V}(\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}) = V_2 \vec{i}(\rho V_2 A_2) = \dot{m} V_2 \vec{i} \quad \text{نرخ تغییر ممنتوم در خروجی:}$$

$$\dot{m}(V_2 - V_1) \vec{i} = p_1 A_1 \vec{i} - p_2 A_2 \vec{i} + R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

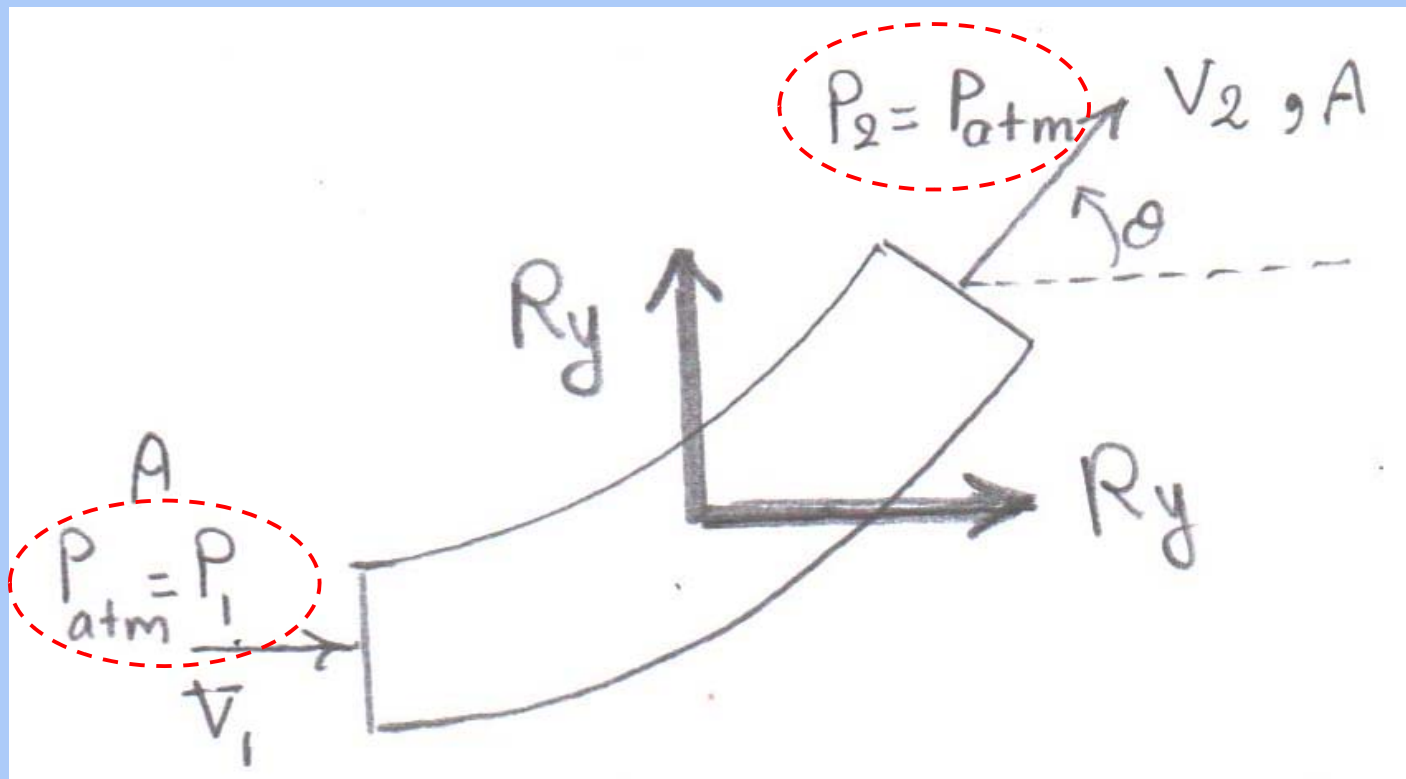
$$\dot{m}(V_2 - V_1) - p_1 A_1 + p_2 A_2 = R_x$$

$$0 = R_y$$

سؤال: یک حباب هوا را در نظر بگیرید که در آن برخورد با یک پره ثابت تغییر جهت داده است. به کمک معادله بقای مومنتم، نیروی وارد شده بر پره ثابت را بیابیم:



پاسخ:





جریان پایا است. از نیروی حجمی وزن صرف نظر می شود.

$$-\rho V_1 A_1 + \rho V_2 A_2 = 0$$

$$A_1 = A_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2 = V \quad \Rightarrow \quad \rho V A = \dot{m}$$

$$R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} = -\dot{V} \dot{m} \mathbf{i} + (V \cos(\theta) \mathbf{i} + V \sin(\theta) \mathbf{j}) \dot{m}$$

$$\Rightarrow R_x = \dot{m} v (\cos \theta - 1)$$
$$R_y = \dot{m} v \sin \theta$$

$$R = 2\dot{m}v \sin \frac{\theta}{2}$$

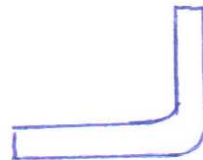
خلاصه: کل نیروی وارده بر پره



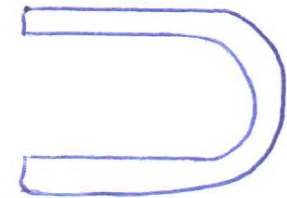
$\theta = 0$



$\theta = 30$



$\theta = 90$



$\theta = 180$

