



به نام خداوند بخشنده و مهربان

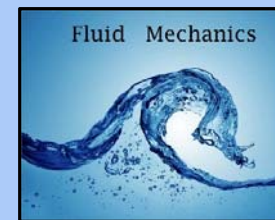
مکانیک سیالات ۱

فصل ۳: بررسی جریان سیالات به صورت انتگرالی

بخش دوم: بقای انرژی، جریان درون لوله

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)

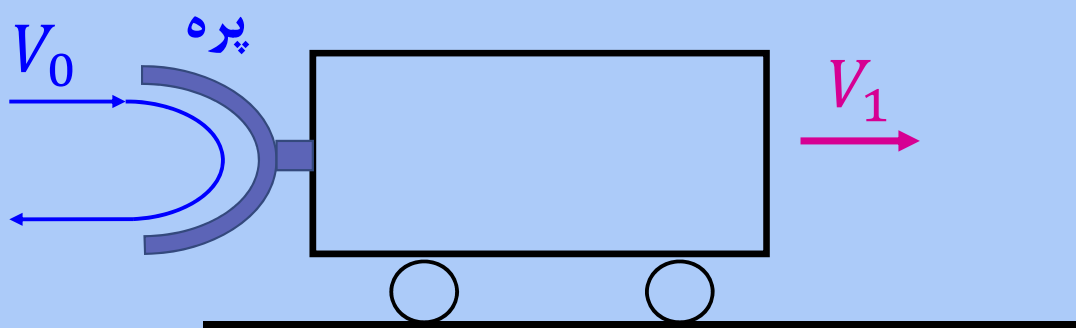


مثال: یک جت مایع با سطح مقطع $A=18.6 \text{ cm}^2$ و سرعت $V_0=30 \text{ m/s}$ به پره ای برخورد می کند و به اندازه 180° درجه منحرف می شود. اگر چگالی مایع

1020 kg.m^3 باشد، فرض کنید گاری بدون اصطکاک بوده و بتواند آزادانه در

امتداد افق حرکت کند. اگر جرم گاری 90 kg باشد، 10 ثانیه پس از برخورد

سرعت گاری چقدر است؟





پاسخ:

سرعت نسبی جت جریان:

$$V_f = V_0 - V_1$$

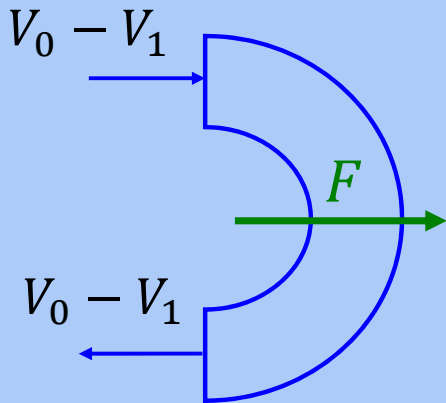
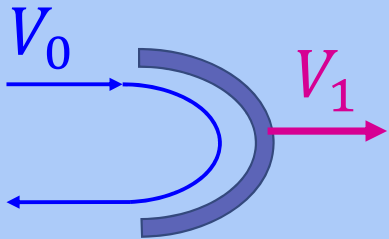
بقای جرم (دبی جرمی):

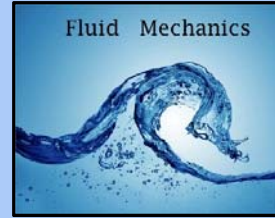
$$\dot{m} = \rho A_0 (V_0 - V_1)$$

بقای ممنتوم:

$$-(V_0 - V_1)\dot{m} - (V_0 - V_1)\dot{m} = F$$

$$-2\dot{m}(V_0 - V_1) = F \quad \Rightarrow \quad F = -2\rho A_0 (V_0 - V_1)^2 = m \frac{dV_1}{dt}$$





ادامه پاسخ:

$$-2 \times 1020 \times 18.6 \times 10^{-4} (30 - V_1)^2 = 90 \frac{dV_1}{dt}$$

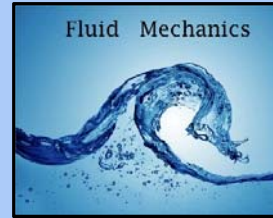
$$-23.72 \frac{dV_1}{(30 - V_1)^2} = dt$$

$$-23.72 \int_0^V \frac{dV_1}{(30 - V_1)^2} = \int_0^t dt$$

$$23.72 \left[\frac{1}{30 - V_1} \right]_0^V = t$$



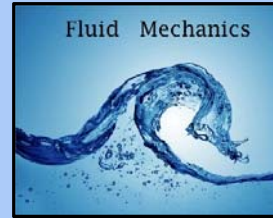
ادامه پاسخ:



$$23.72 \left[\frac{1}{30 - V} - \frac{1}{30} \right] = t$$

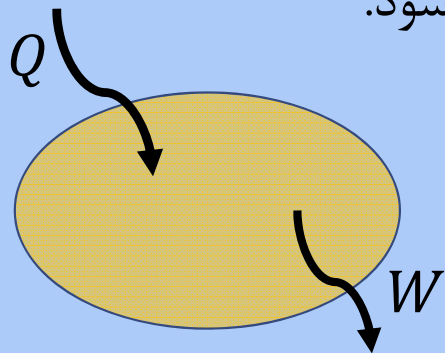
$$t = 10 \text{ s}$$

$$23.72 \left(\frac{1}{30 - V} - \frac{1}{30} \right) = 10 \quad \Rightarrow \quad V = 27.80 \text{ m/s}$$



معادله بقای انرژی

انرژی ورودی به یک سیستم یا از آن خارج می شود و یا در آن ذخیره می شود.



انرژی کل سیستم E: جنبشی، پتانسیل و درونی

انرژی ورودی و خروجی از سیستم: انتقال حرارت (Q) و کار (W)

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt}$$

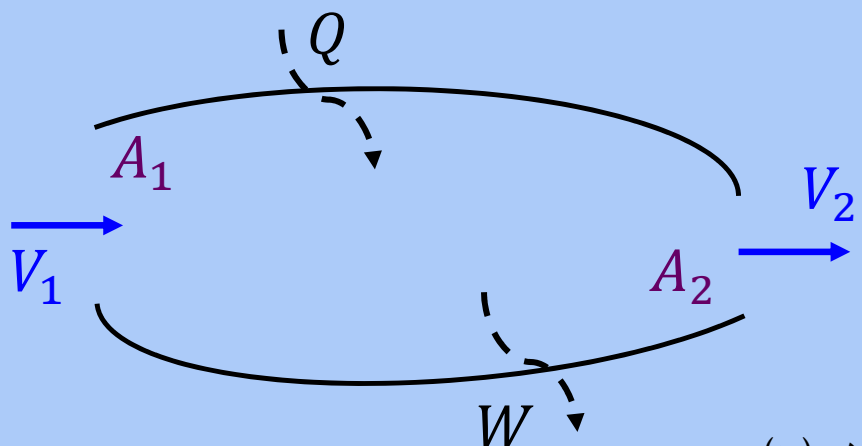


معادله بقای انرژی (برای حجم کنترل)



با فرض پایایی، غیر قابل تراکم بودن جریان و یکنواخت بودن سرعت در ورودی و خروجی:

$$\dot{m} \left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) - \dot{m} \left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} \right) = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt}$$



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



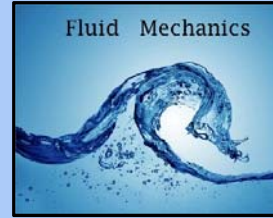
معادله برنولی (Bernoulli)

اگر در صورت کلی معادله بقای انرژی فرض های زیر در نظر گرفته شوند:

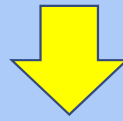
- جریان پایا (Steady)
- جریان غیر قابل تراکم (Incompressible)
- جریان بدون اصطکاک
- انتقال حرارت و کار صفر باشند.



معادله برنولی (Bernoulli)



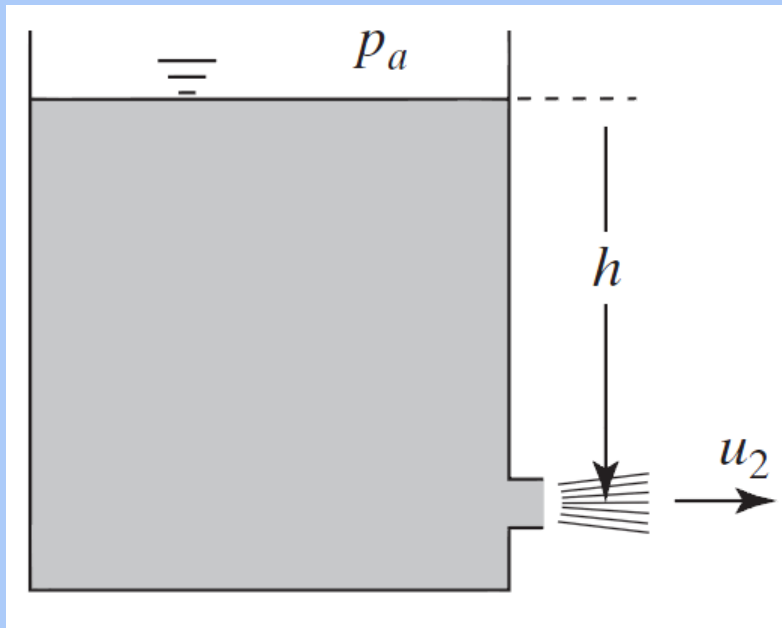
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$



$$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{Const.}$$

مثال: آب درون یک مخزن از طریق روزنه ای در حال تخلیه می باشد.

سرعت جریان خروجی از روزنه چقدر است؟



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)





پاسخ:

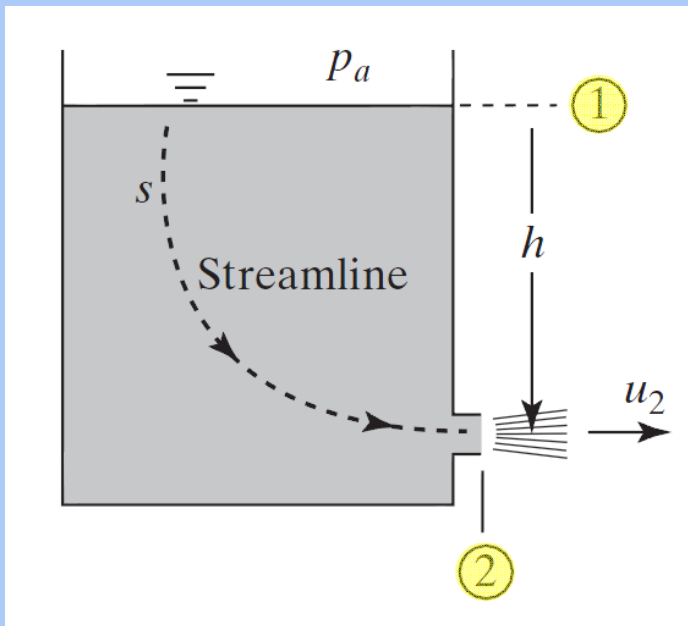
معادله برنولی برای دو نقطه ۱ و ۲:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$z_1 = h \quad , \quad z_2 = 0$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm}$$

$$0 + \frac{V_1^2}{2g} + h = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 0$$





$$V_2^2 - V_1^2 = 2gh$$



ادامه پاسخ:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

بقای جرم:

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

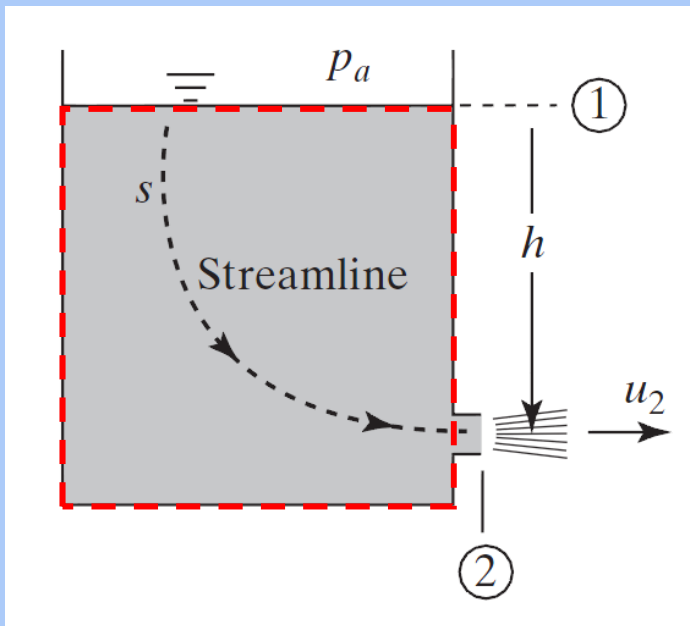


$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - A_2^2/A_1^2}}$$

$$A_2 \ll A_1$$



$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

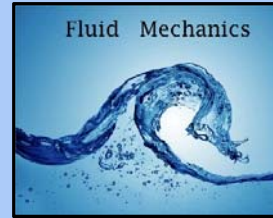


دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

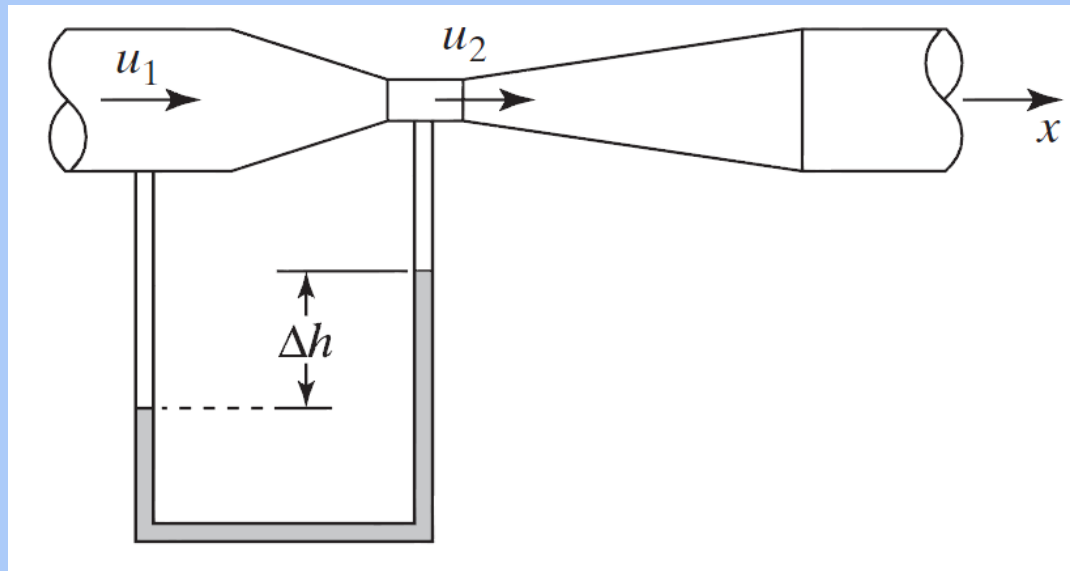
مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



مثال: لوله ونتوری (وسیله ای برای اندازه گیری نرخ جریان)



هدف: محاسبه u_1 یا دبی جریان \dot{m}



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

پاسخ:

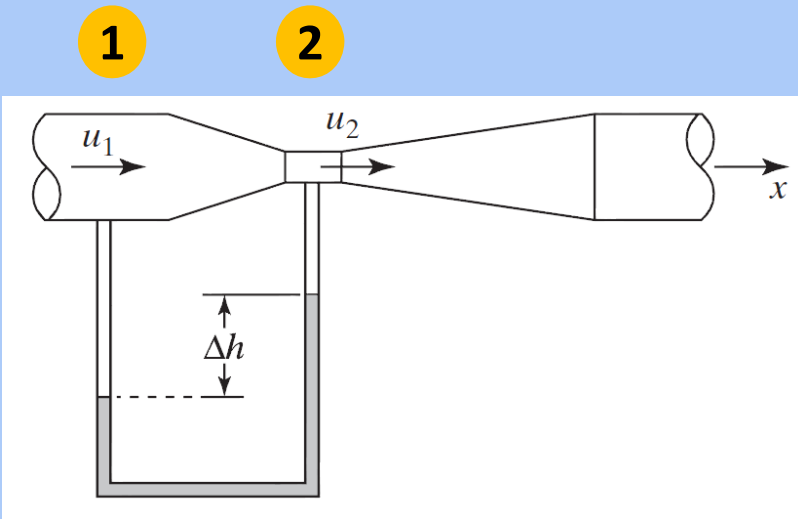


$$z_1 = z_2$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

بقای جرم:

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$$



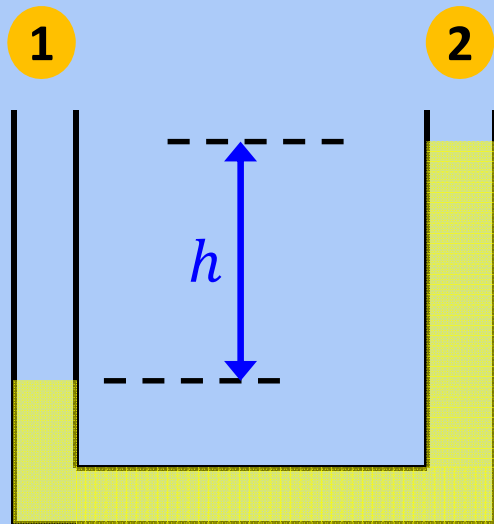
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho V_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)$$



ادامه پاسخ:



$$p_1 - p_2 = \rho_{Hg}gh$$



$$V_1 = \sqrt{\frac{2\rho_{Hg}gh}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}}$$

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



به نام خداوند بخشنده و مهربان

مکانیک سیالات ۱

فصل ۳: بررسی جریان سیالات به صورت انتگرالی

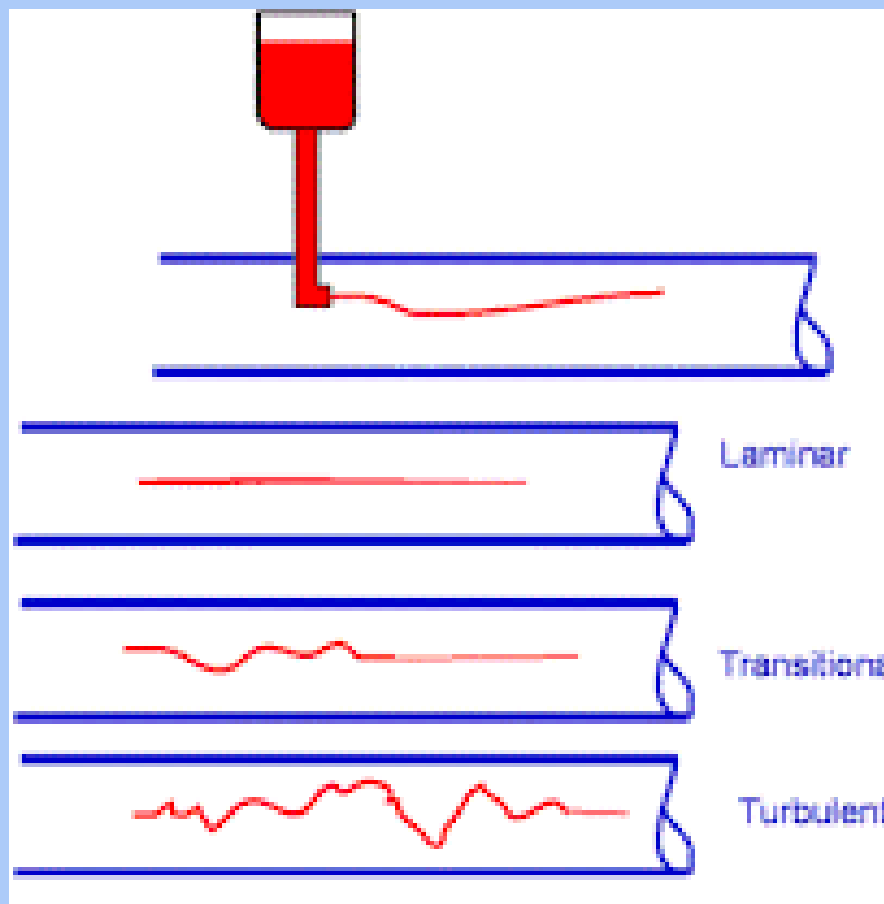
بخش سوم: جریان درون لوله

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)

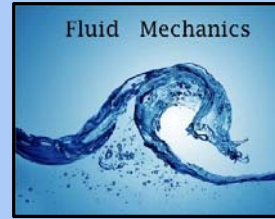


مقدمه



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)

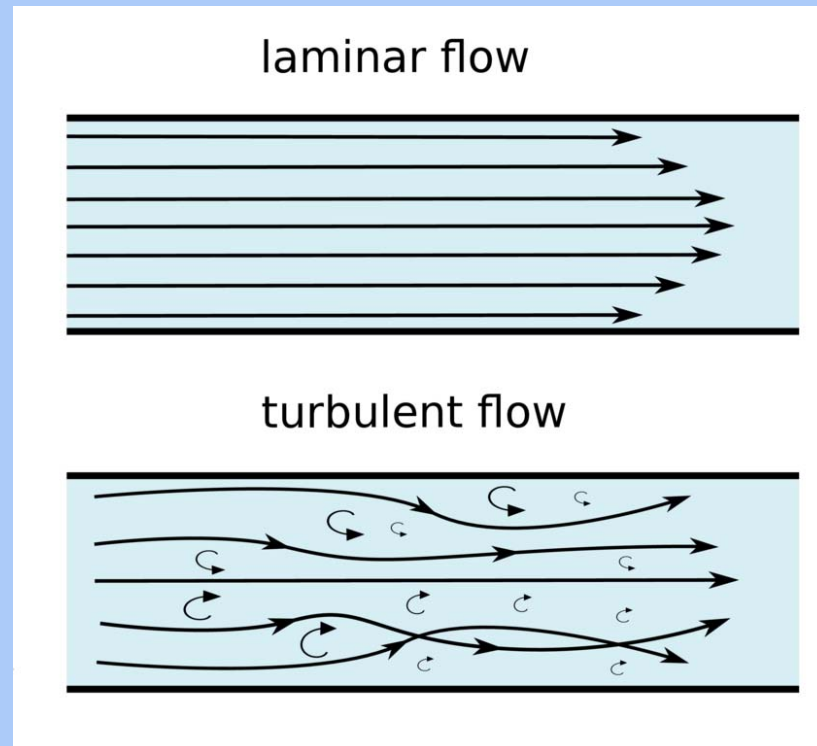
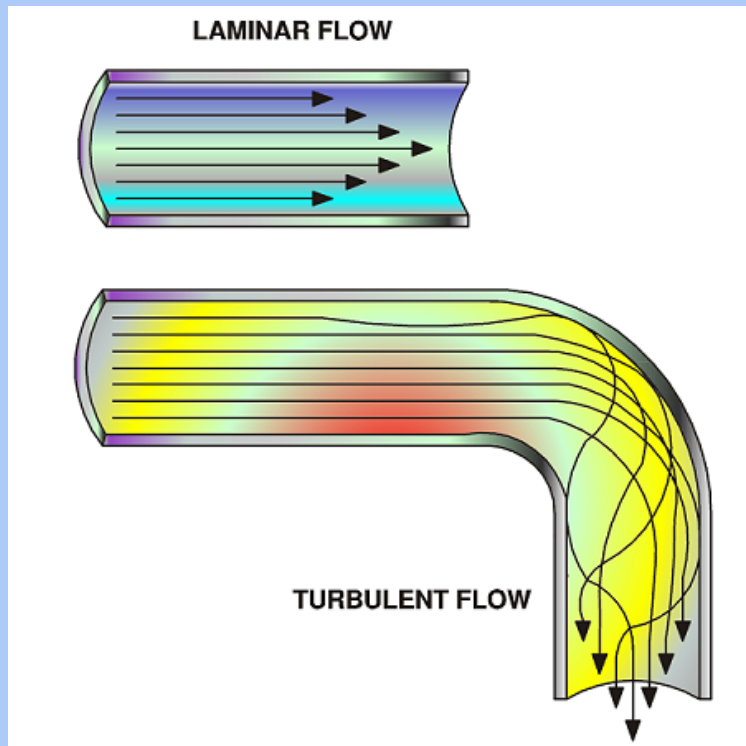


عدد رینولدز

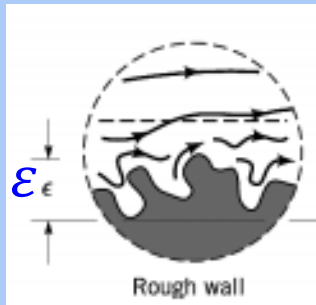
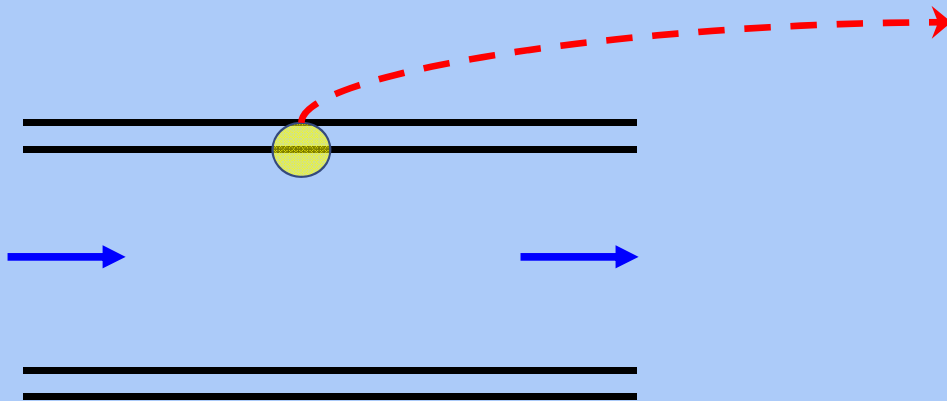
رینولدز

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

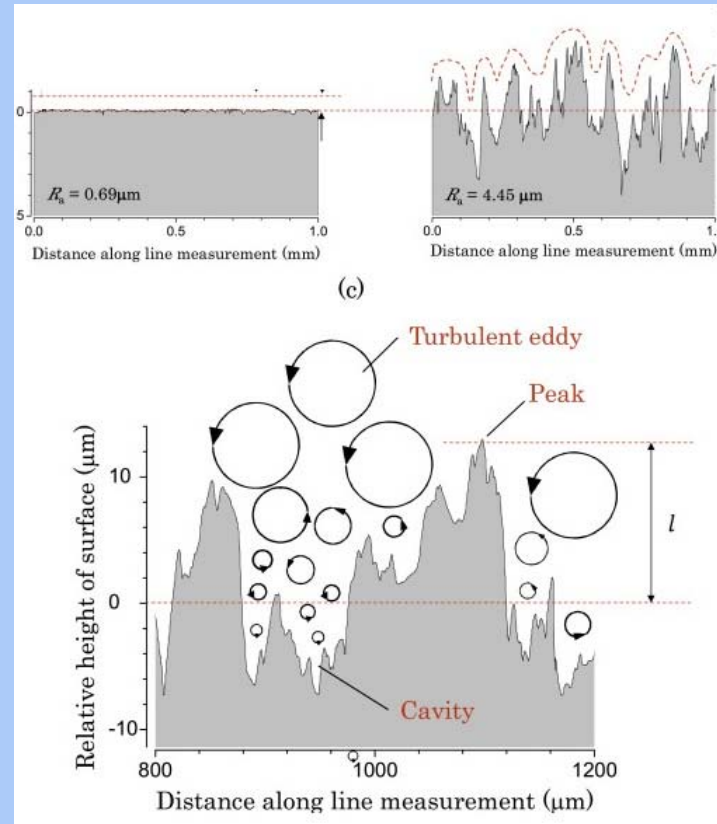
V	سرعت جریان	$Re < 2300$	آرام (Laminar)
ρ	چگالی	$Re > 2300$	آشفته (Turbulent)
D	قطر لوله		گذرا (Transition)
μ	لزجت	$2000 < Re < 3000$	

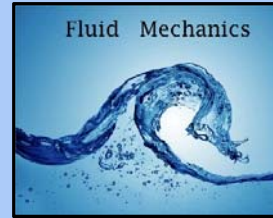
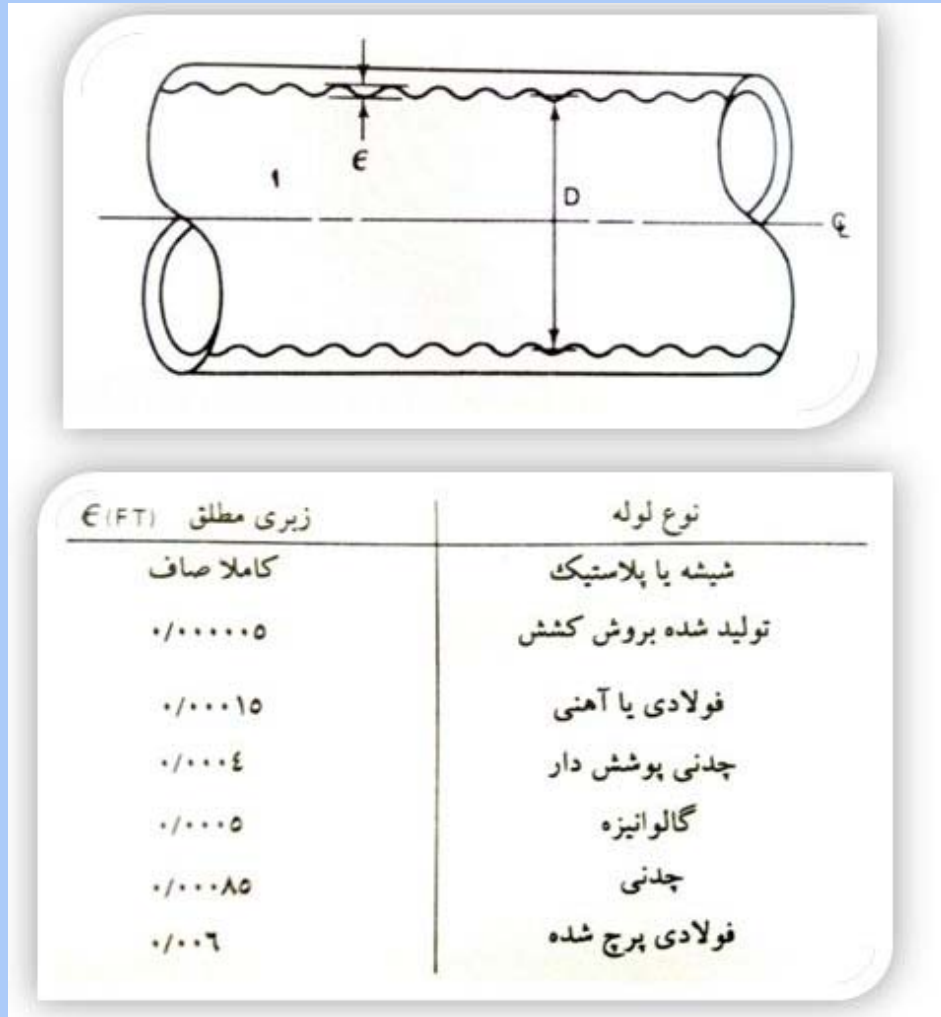


زبری لوله (ε)



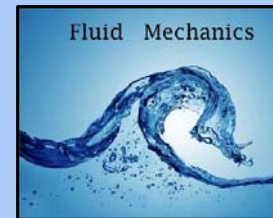
$$\frac{\epsilon}{D}$$





دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

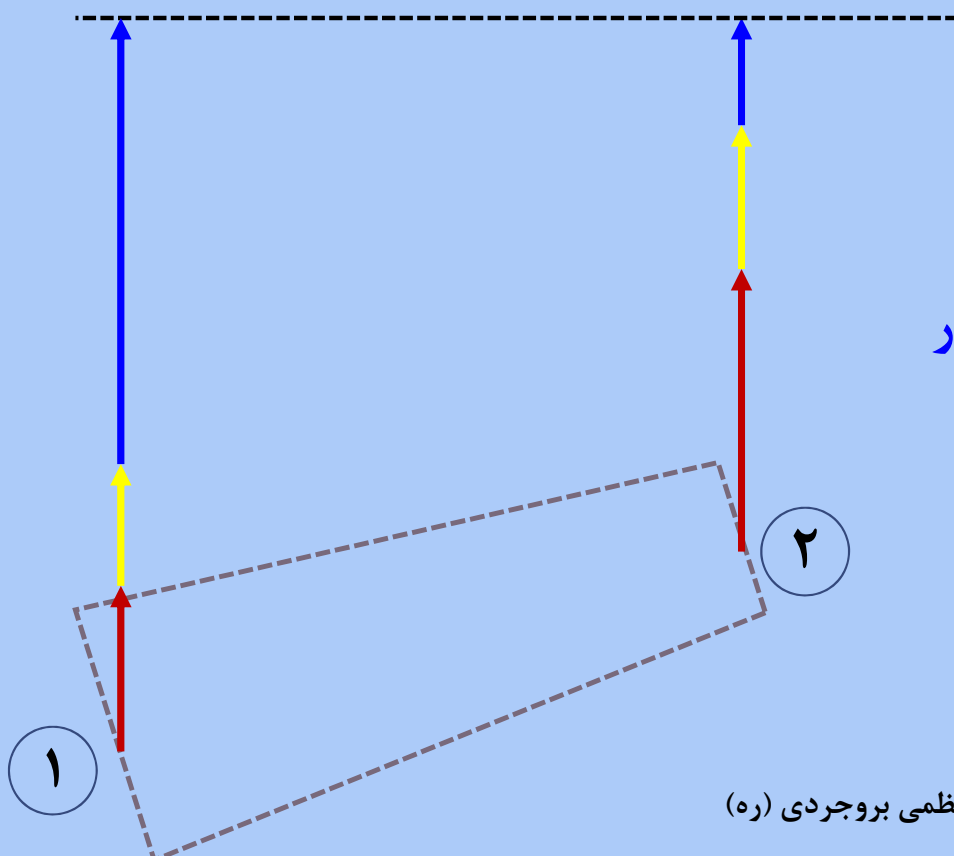
مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



توضیحی در مورد معادله برنولی:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

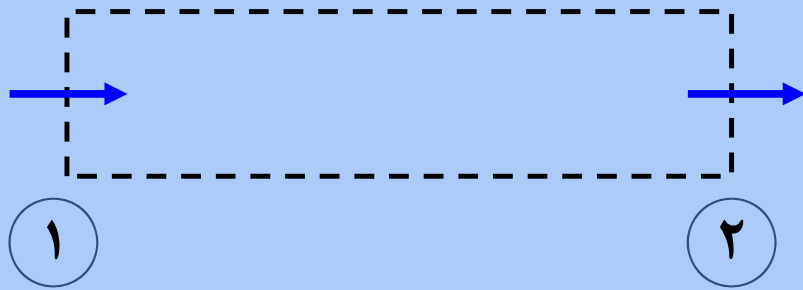
هد فشار	هد سرعت	هد ارتفاع
$\frac{p}{\rho g}$	$\frac{V^2}{2g}$	z





افت جریان درون لوله ها:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$



$$z_1 = z_2$$

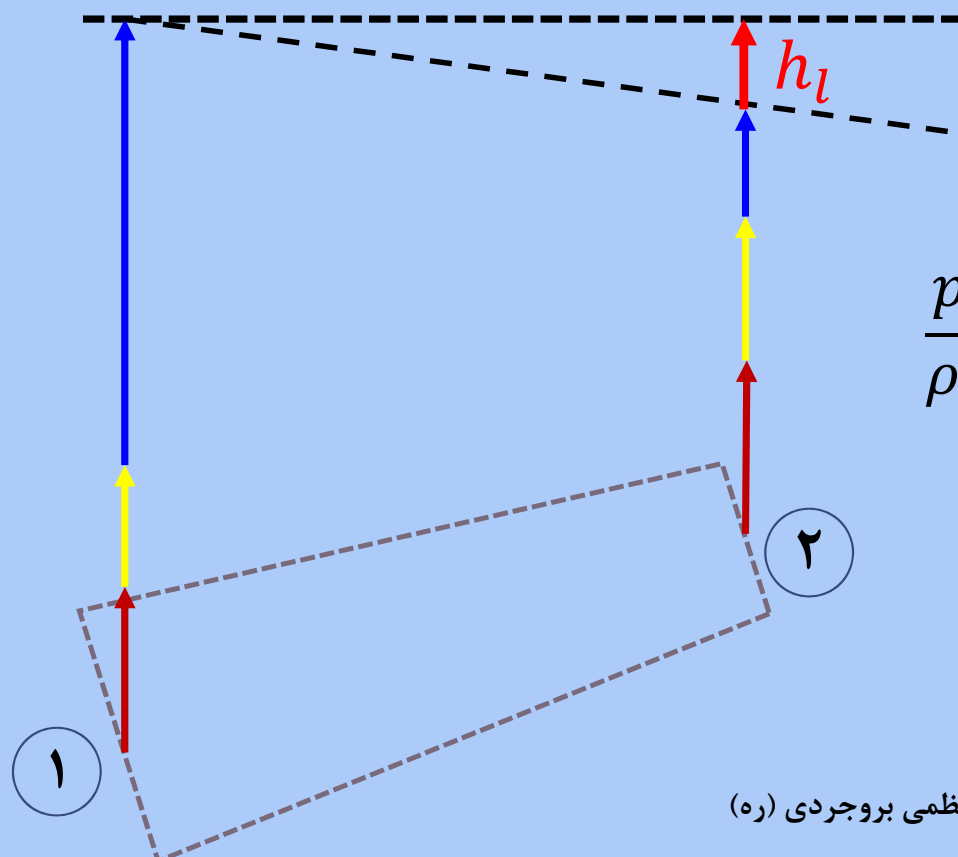
$$V_1 = V_2$$

➔ $p_1 = p_2$





افت جریان درون لوله ها:



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_l$$

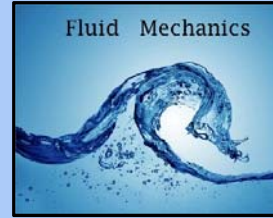
هد افت جریان

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



انواع افت جریان درون لوله ها



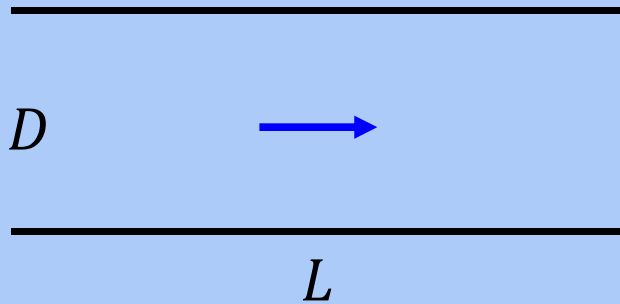
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f + h_m$$

افت اصطکاکی h_f

افت محلی h_m



افت اصطکاکی

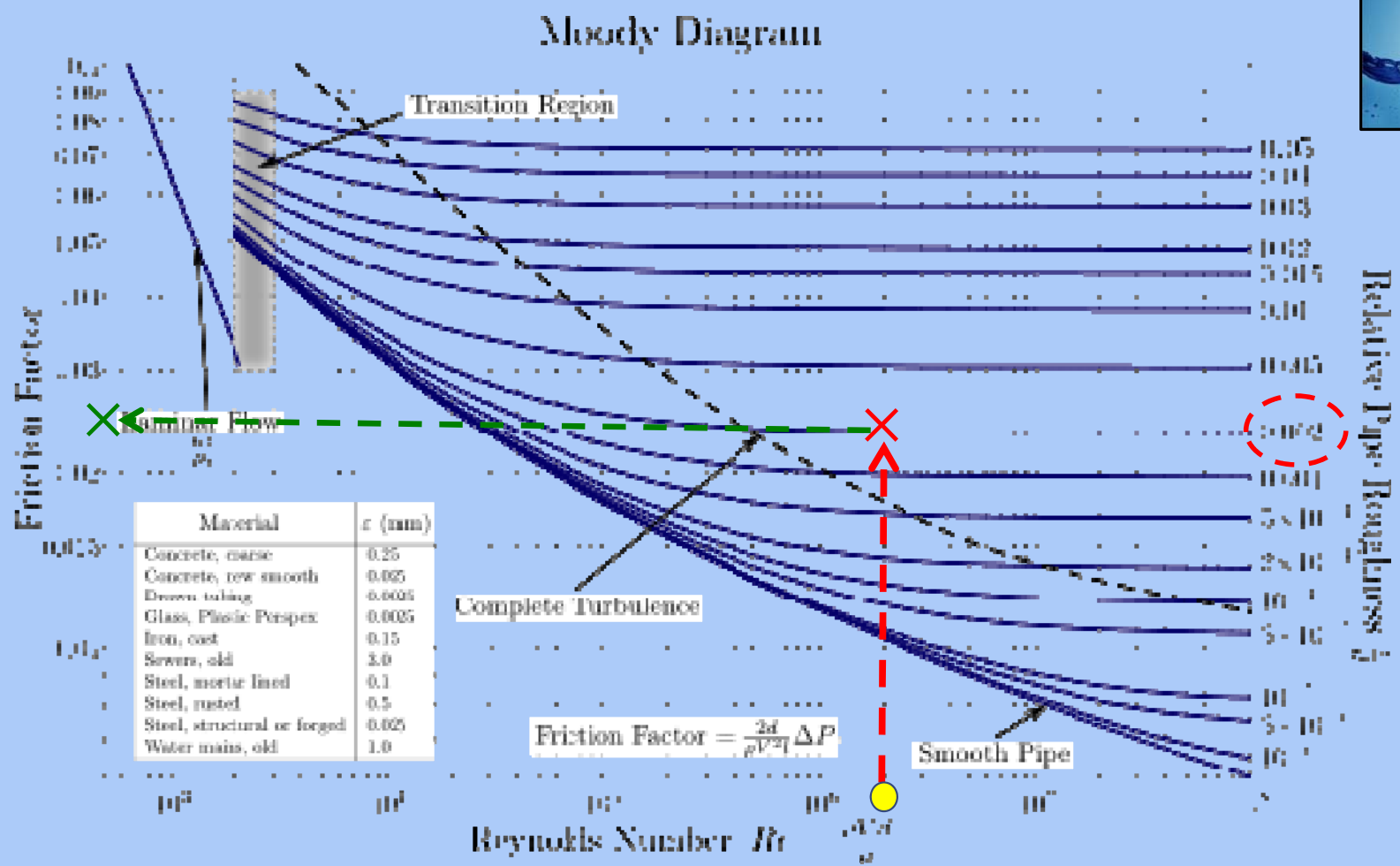


$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$f \propto \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

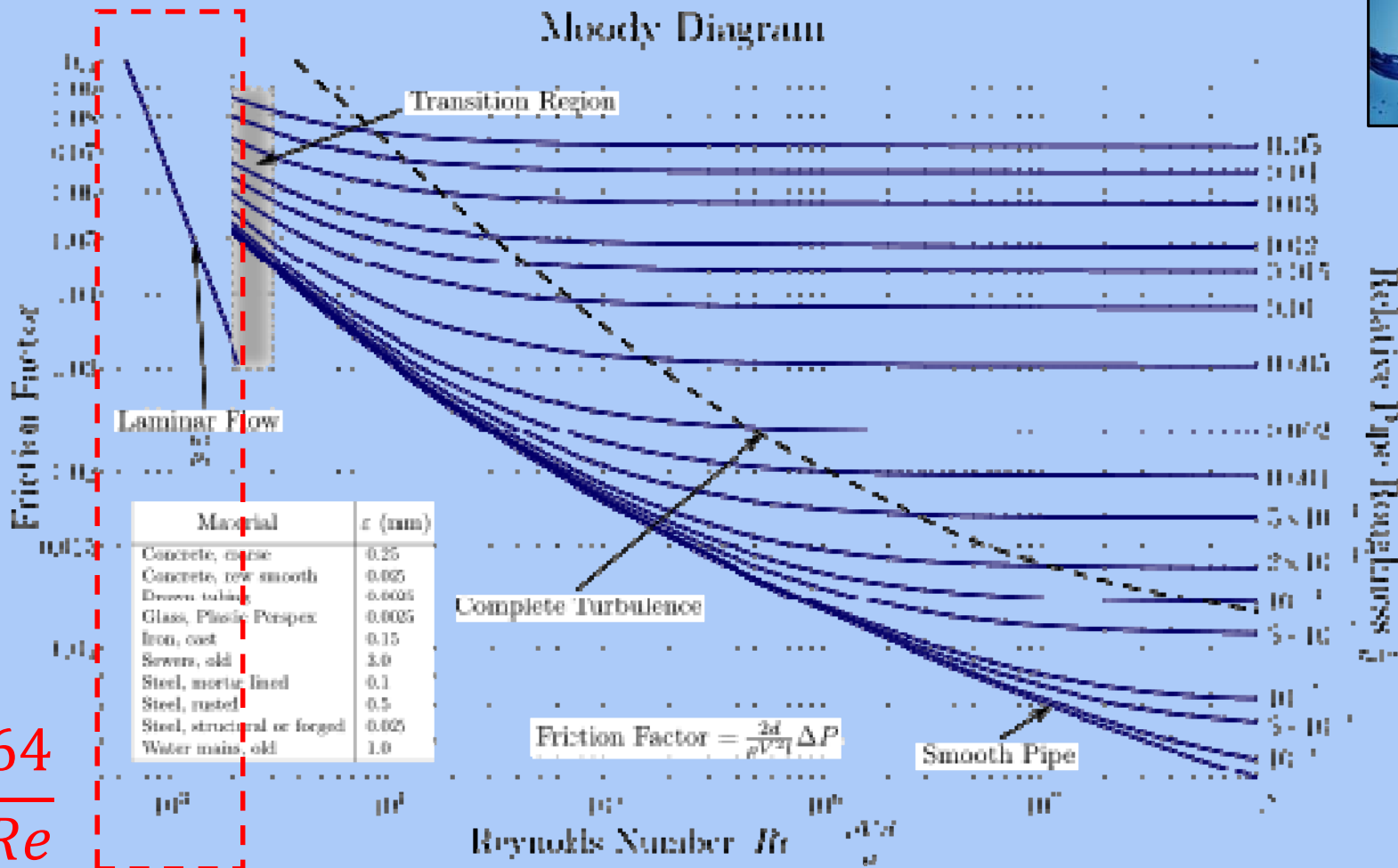
f ضریب اصطکاک

دیاگرام مودی





آرام (Laminar)



$$f = \frac{64}{Re}$$

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



به نام خداوند بخشنده و مهربان

مکانیک سیالات ۱

فصل ۳: بررسی جریان سیالات به صورت انتگرالی

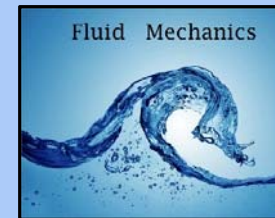
بخش سوم: جریان درون لوله (قسمت دوم)

دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



انواع افت جریان درون لوله ها



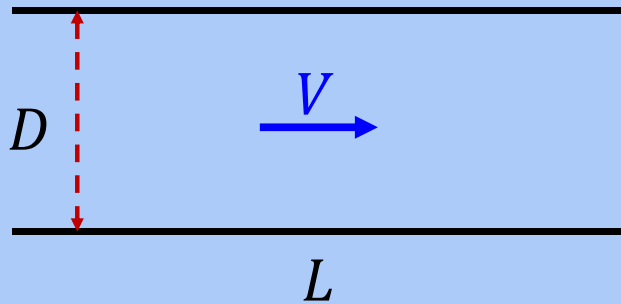
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f + h_m$$

افت اصطکاکی h_f

افت محلی h_m

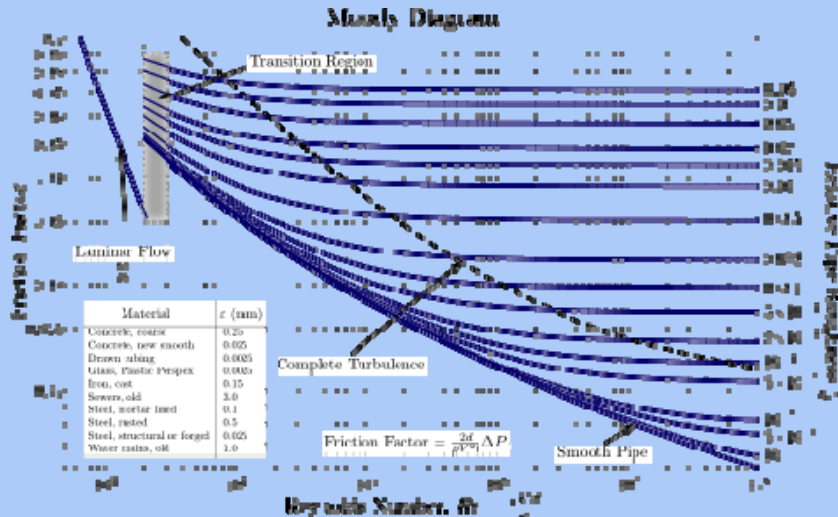


افت اصطکاکی



$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$f \propto \left(Re, \frac{\epsilon}{D} \right)$ ضریب اصطکاک f



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

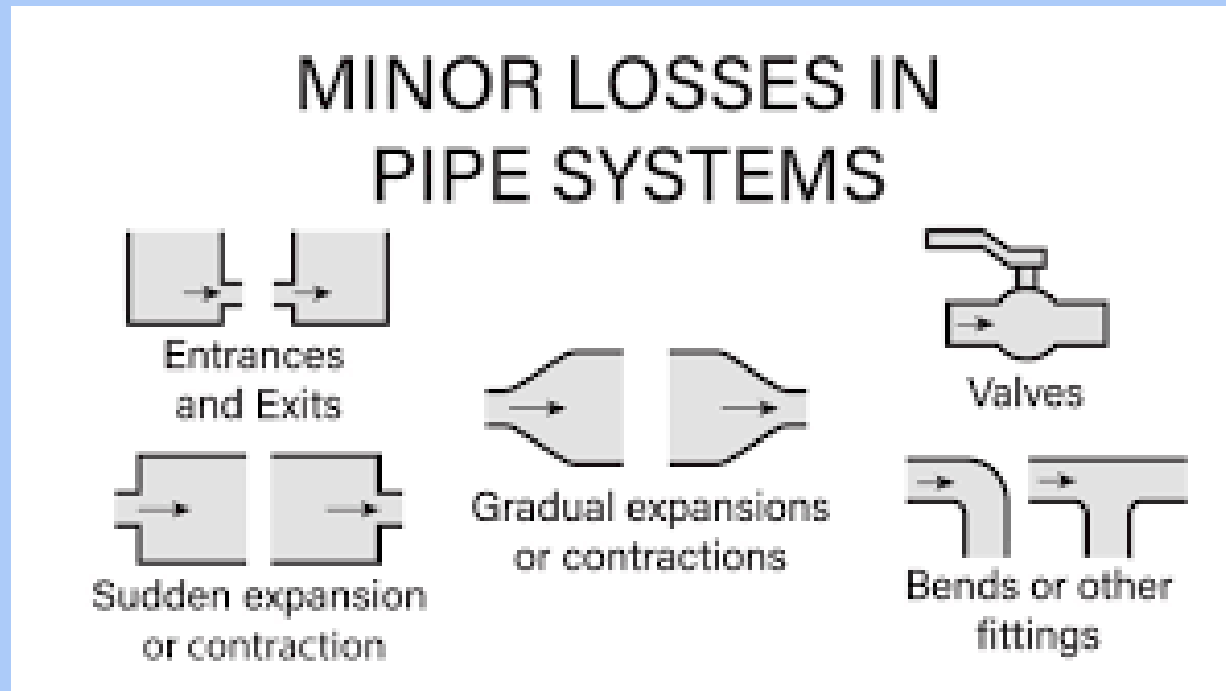
مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



افت محلی

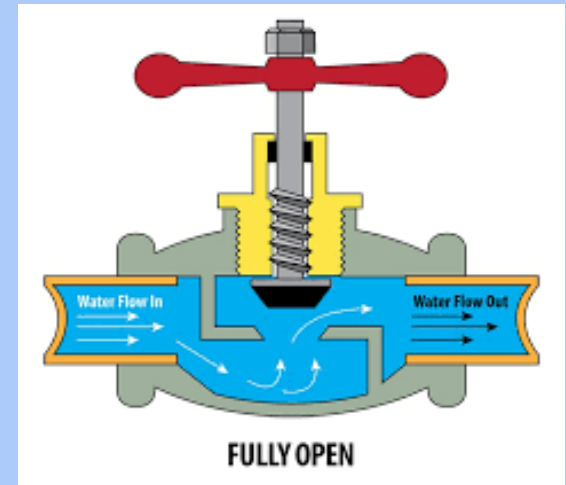
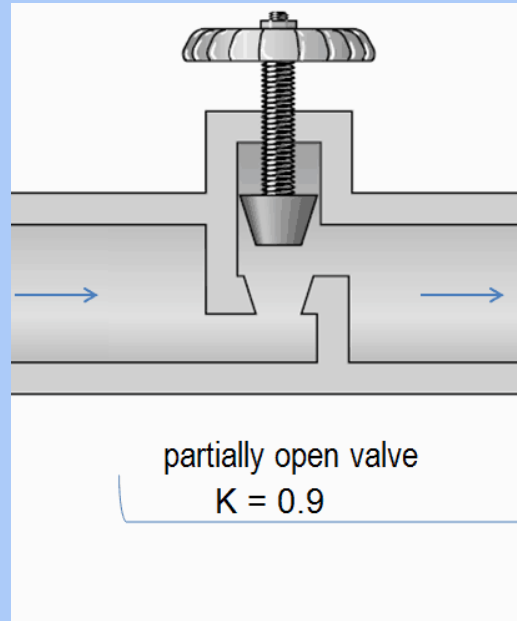
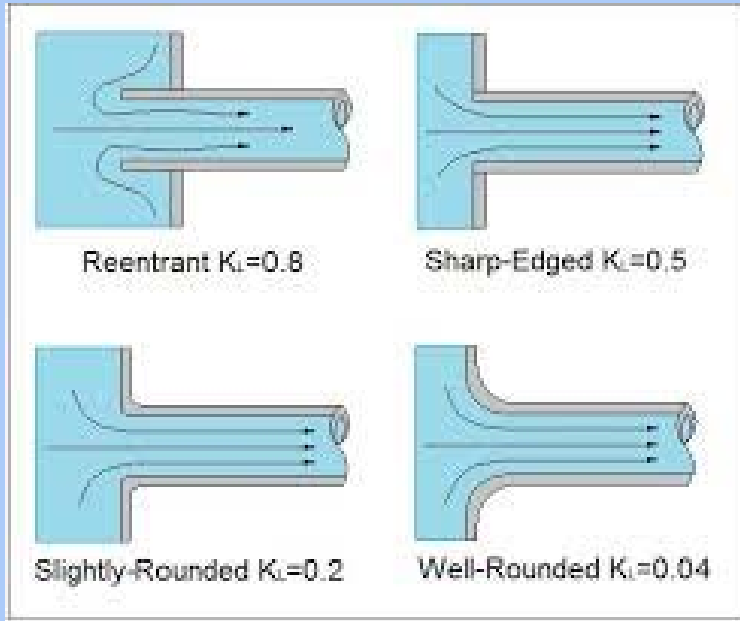


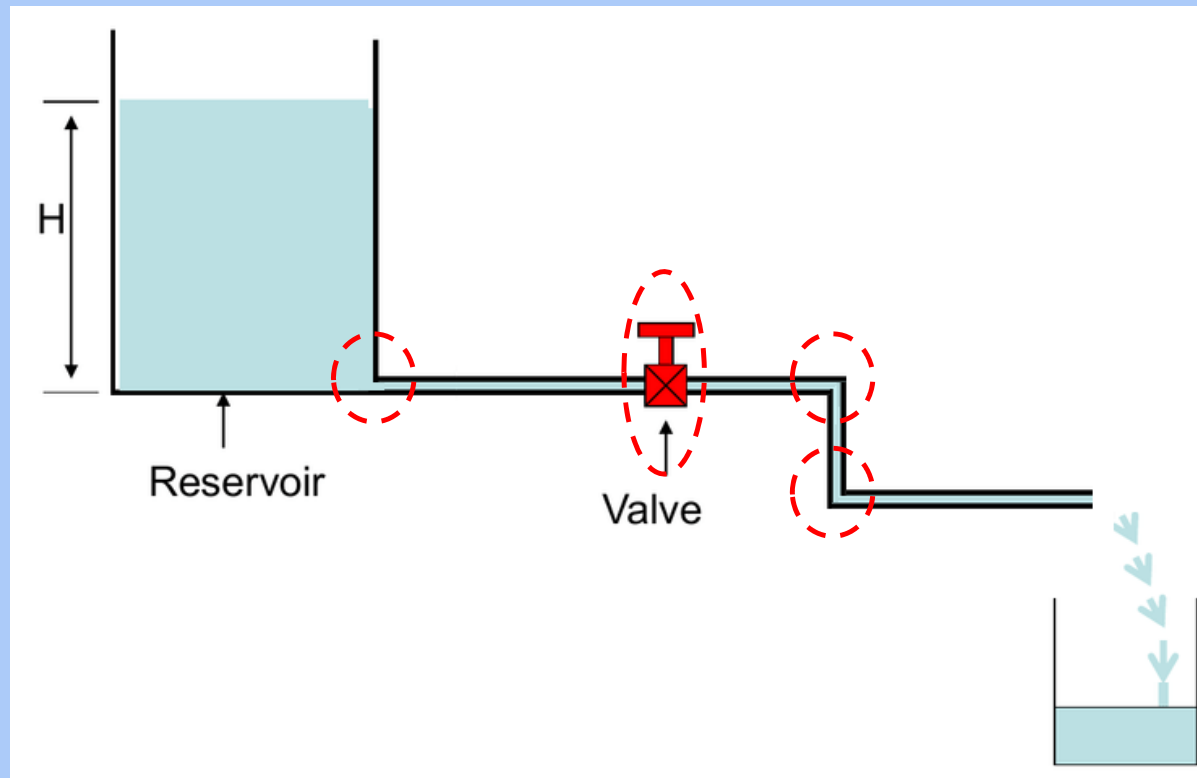
هرگونه تغییر در مسیر جریان و سطح مقطع افت در جریان ایجاد می کند.



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



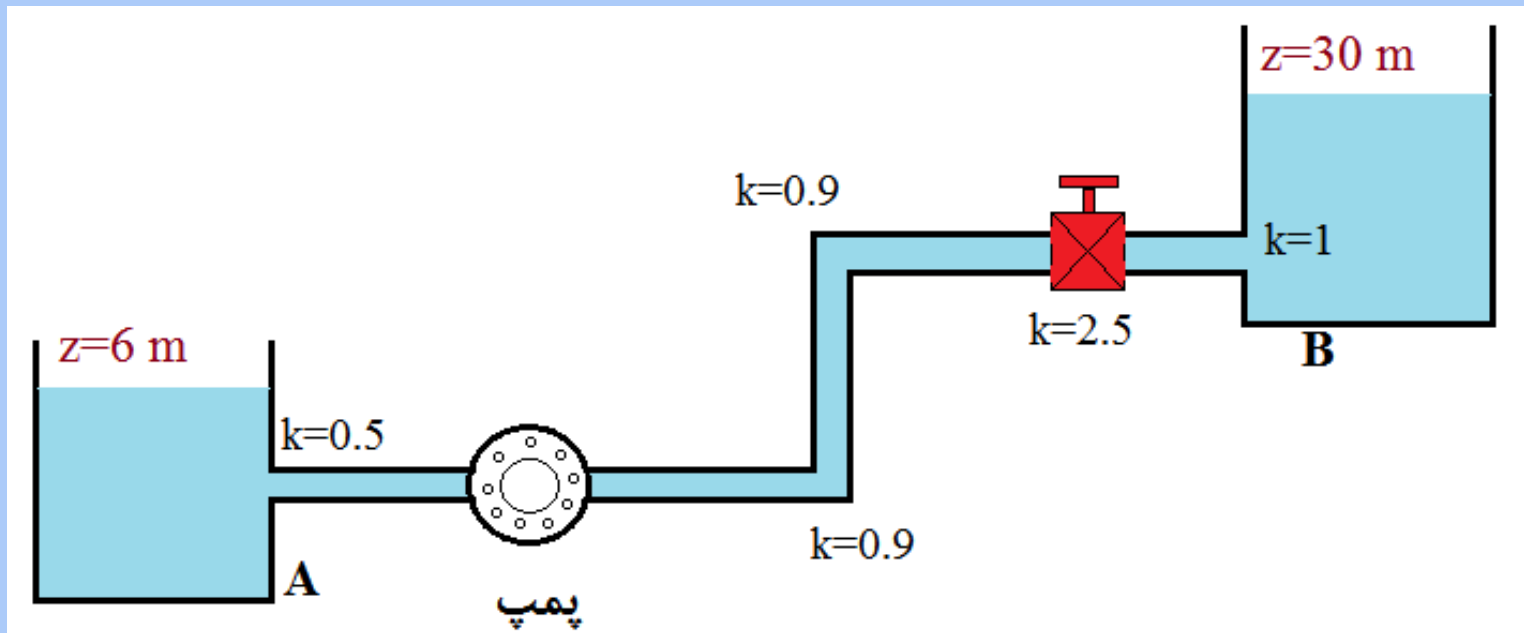


$$h_m = k \frac{V^2}{2g}$$

$$h_m = \left(\sum k_i \right) \frac{V^2}{2g}$$



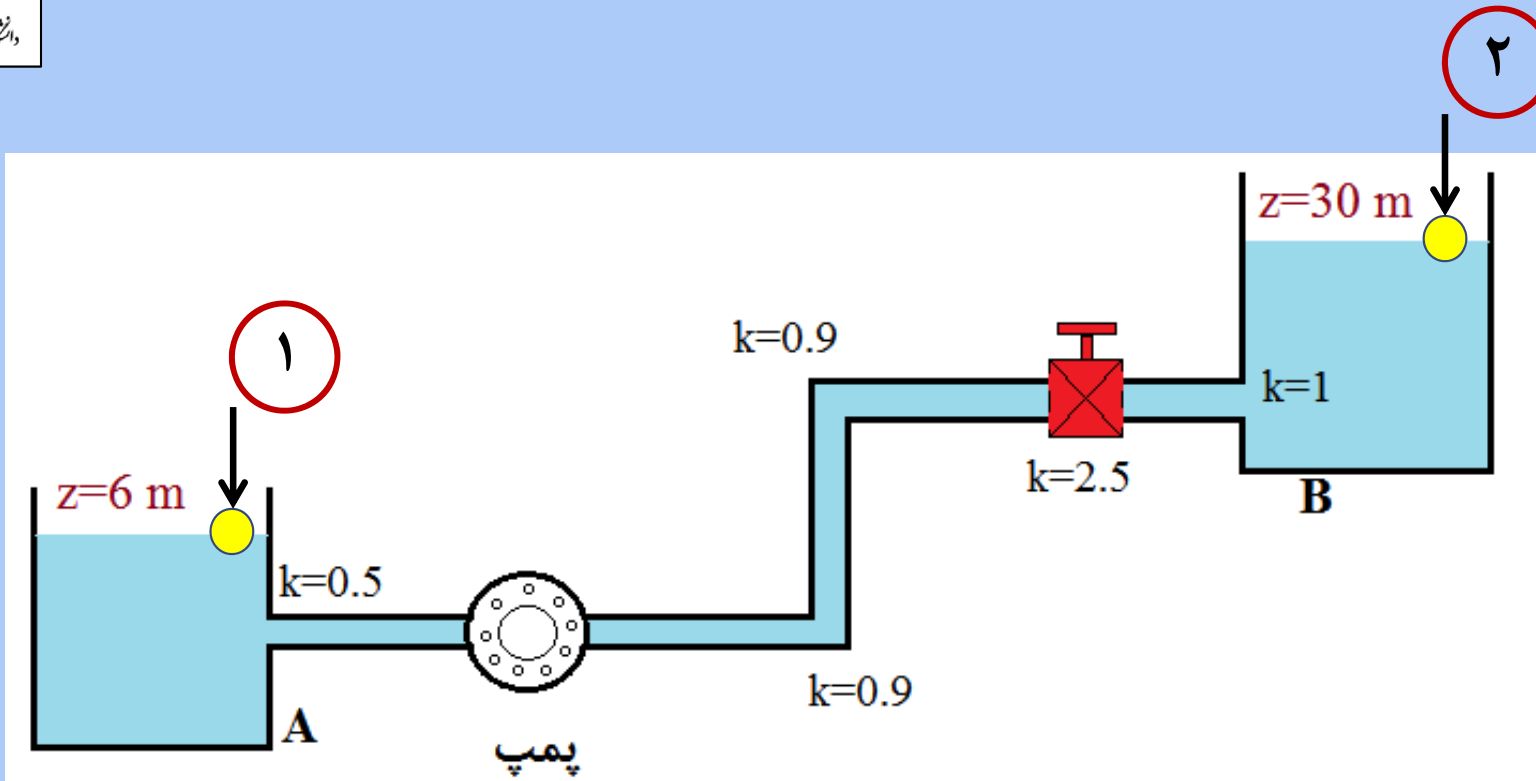
مثال: آب از مخزن A به مخزن B با دبی 5.4 lit/s به کمک یک پمپ جریان دارد. اگر قطر لوله 5 cm و طول آن 120 m باشد، قدرت پمپ مورد نیاز را بیابید؟



$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.001$$

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$





$$h_p + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f + h_m$$

↓
هد پمپ

$$z_1 = 6 \text{ m} \quad z_2 = 30 \text{ m} \quad p_1 = p_2 = p_{atm}$$

$$V_1 = V_2 = 0$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{5.4 \times 10^{-3}}{(\pi/4)0.05^2} = 2.75 \text{ m/s}$$

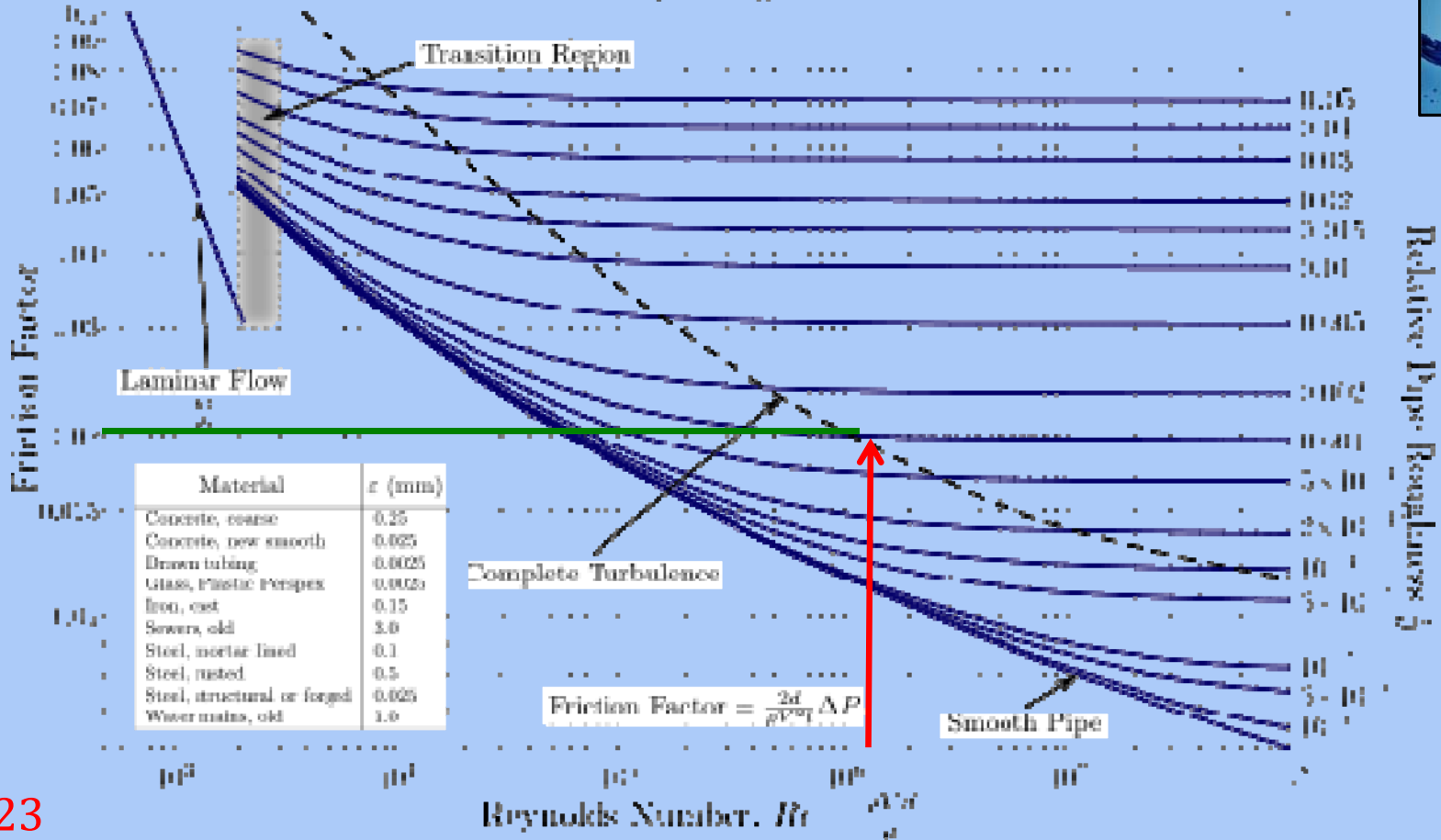
$$Re = \frac{V D}{\nu} = \frac{2.75 \times 0.05}{10^{-6}} = 1.37 \times 10^5$$



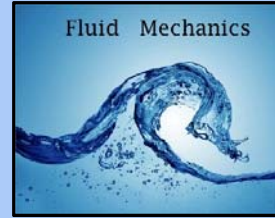
جریان آشفته است.



Moody Diagram



$f = 0.023$



$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.023 \frac{120}{0.05} \frac{2.75^2}{2(9.81)} = 21.3 \text{ m}$$

$$h_m = \left(\sum k_i \right) \frac{V^2}{2g} = (0.5 + 0.9 + 0.9 + 2.5 + 1) \frac{2.75^2}{2(9.81)} = 2.23$$

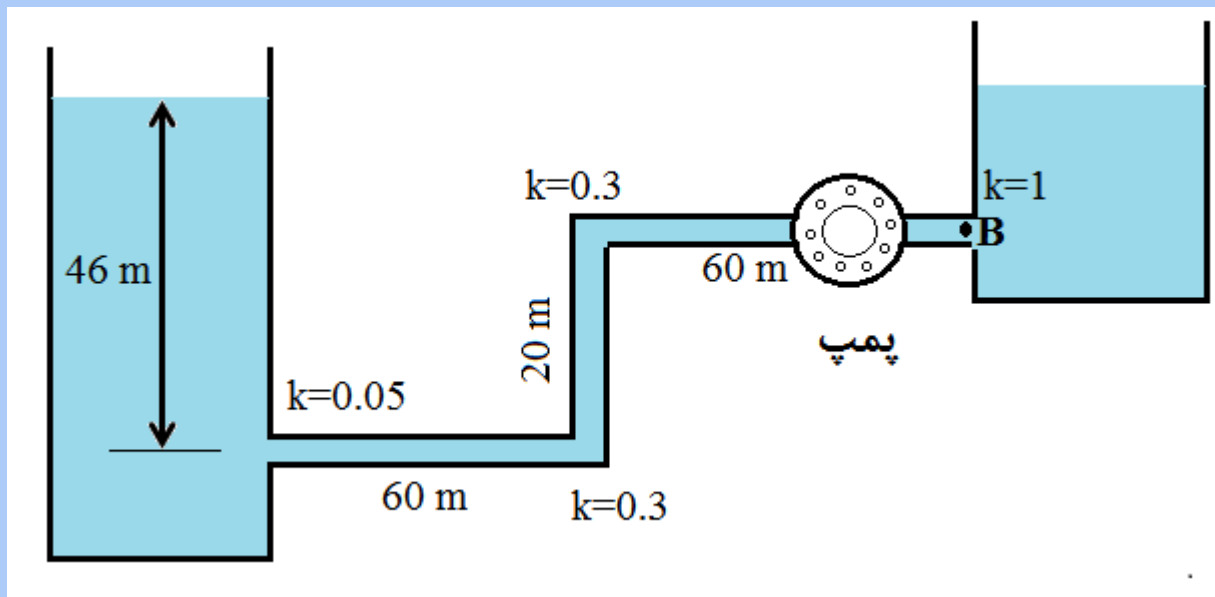
$$0 + 0 + 6 + h_p = 0 + 0 + 30 + 21.3 + 2.23$$

$$h_p = 47.53 \text{ m}$$

$$P = \rho g Q h_p = 1000 * 9.81 * 5.4 \times 10^{-3} * 47.53 = 2.52 \text{ kw}$$



مثال: آب از مخزن A به مخزن B با دبی 140 lit/s به کمک یک پمپ با قدرت 20 kw جریان دارد. اگر قطر لوله 8 in باشد فشار در نقطه b را بیابید؟





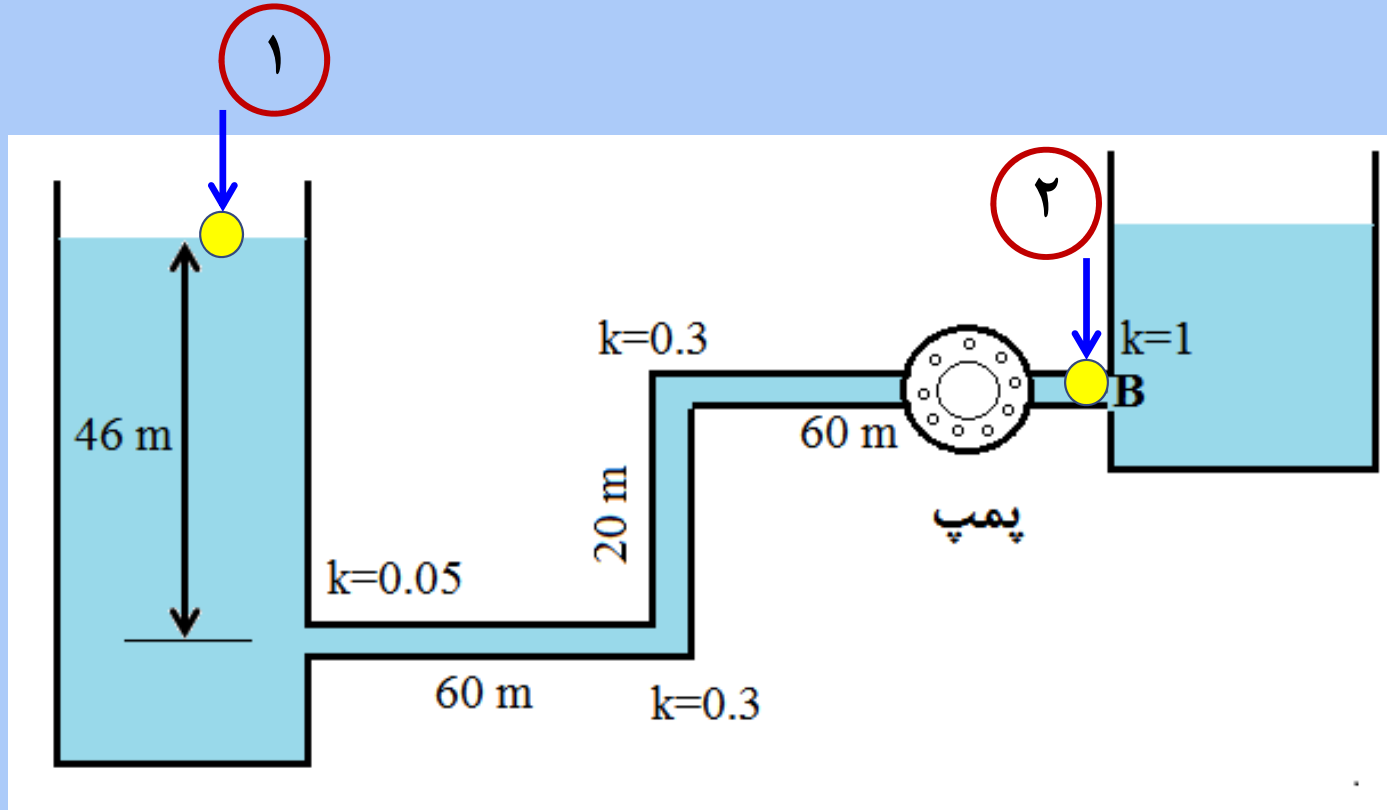
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{140 \times 10^{-3}}{(\pi/4)(8 \times 0.0254)^2} = 4.33 \text{ m/s}$$

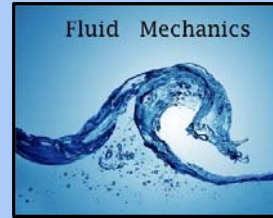
$$Re = \frac{V D}{\nu} = \frac{4.33 \times (8 * 0.0254)}{10^{-6}} = 8.8 \times 10^5 \quad \Rightarrow \quad f = 0.015$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.015 \frac{140}{0.203} \frac{4.33^2}{2(9.81)} = 10.01 \text{ m}$$

$$h_m = \left(\sum k_i \right) \frac{V^2}{2g} = (0.05 + 0.3 + 0.3 + 1) \frac{4.33^2}{2(9.81)} = 1.58 \text{ m}$$

$$P = \rho g Q h_p \quad \Rightarrow \quad h_p = \frac{20 \times 1000}{1000 \times 9.81 \times 140 * 10^{-3}} = 14.56 \text{ m}$$





$$h_p + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f + h_m$$

$$z_1 = 46 \text{ m} \quad z_2 = 20 \text{ m} \quad p_1 = p_{atm}$$

$$V_1 = 0$$

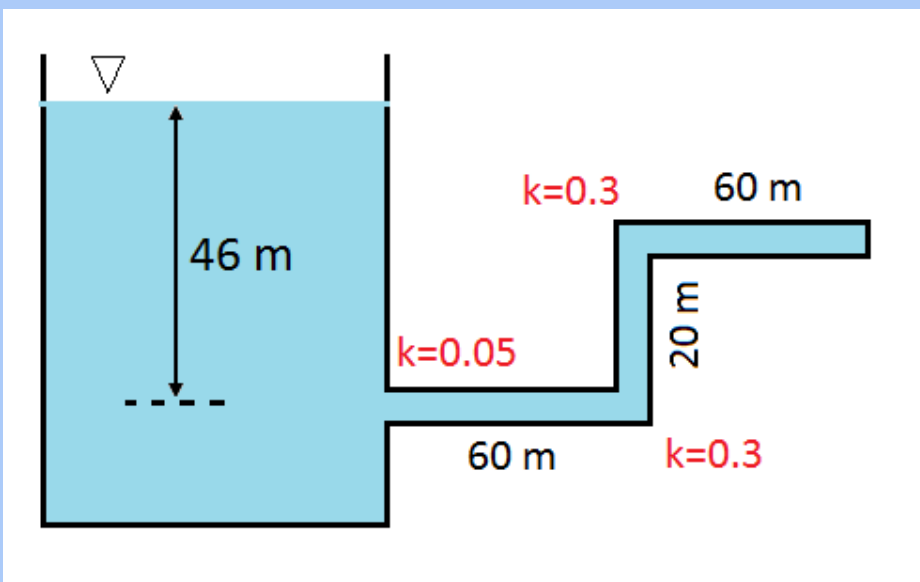
$$14.56 + 46 = \frac{p_B}{9810} + \frac{4.34^2}{2(9.81)} + 1.58 + 10.01 + 20$$



$$p_B = 274.8 \text{ kPa}$$



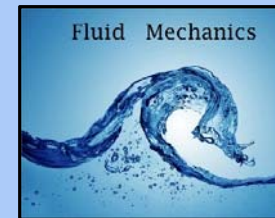
مثال: آب درون مخزن از طریق لوله شکل زیر در حال تخلیه است. اگر قطر لوله 8 in باشد، سرعت جریان خروجی لوله چقدر است؟



$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.0002$$

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

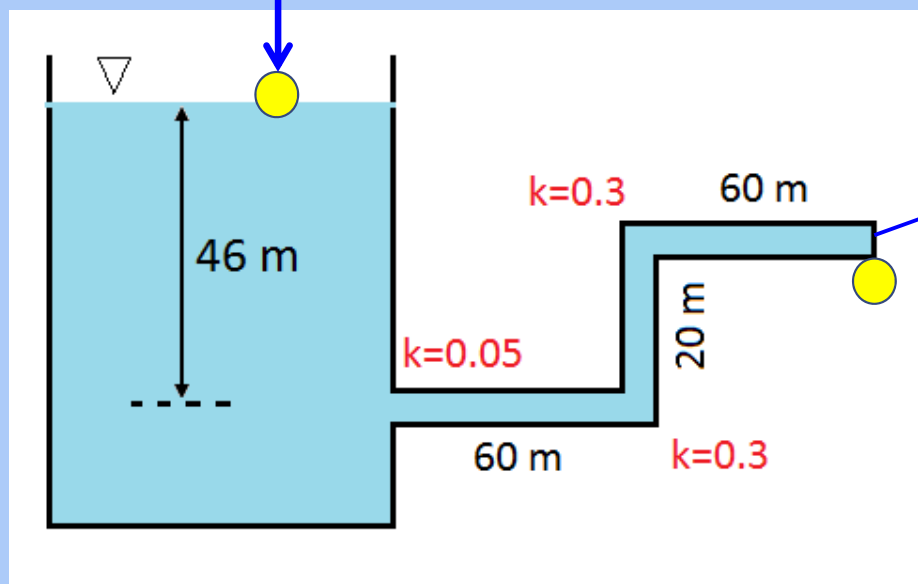


$$z_1 = 46 \text{ m}$$

$$p_1 = p_{atm}$$

۱

$$V_1 = 0$$



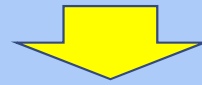
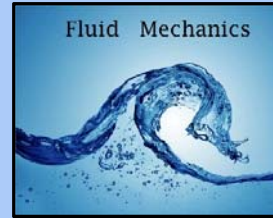
۲

$$z_2 = 20 \text{ m}$$

$$p_2 = p_{atm}$$



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f + h_m$$



$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{140}{0.203} \frac{V^2}{2(9.81)} = 35.15 f V^2$$

$$h_m = \left(\sum k_i \right) \frac{V^2}{2g} = (0.05 + 0.3 + 0.3) \frac{V^2}{2(9.81)} = 0.03 V^2$$



$$0 + 0 + 46 = 0 + \frac{V^2}{2(9.81)} + 20 + 35.15 f V^2 + 0.03V^2$$



$$26 = V^2(35.15 f + 0.081)$$

تکرار اول
(حدس f)

$$f = 0.03 \quad \rightarrow \quad V = 4.78 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V D}{\nu} = \frac{4.78 \times (8 * 0.0254)}{10^{-6}} = 9.71 \times 10^5$$



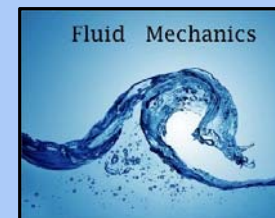
تکرار دوم
(دیاگرام مودی)

$$f = 0.015 \quad \rightarrow \quad V = 6.54 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V D}{\nu} = \frac{6.54 \times (8 \times 0.0254)}{10^{-6}} = 1.32 \times 10^6$$

تکرار سوم
(دیاگرام مودی)

$$f = 0.014 \quad \rightarrow \quad V = \dots \text{ m/s}$$

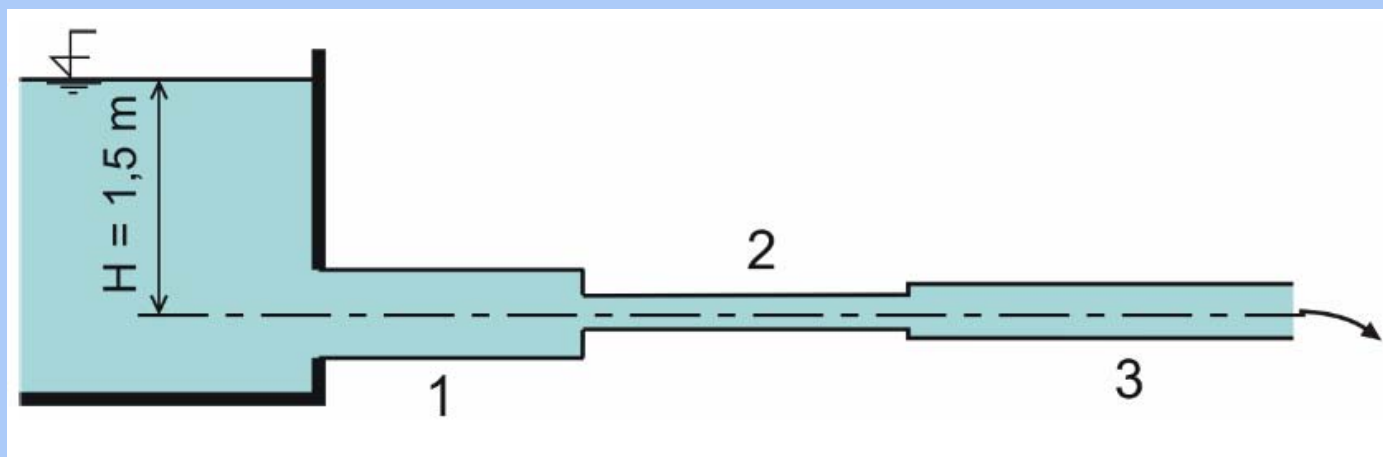


مثال: با فرض اینکه لوله صاف است دبی جریان در خروجی را محاسبه کنید؟

الف) با فرض جریان ایده آل (افت جریان نداریم)

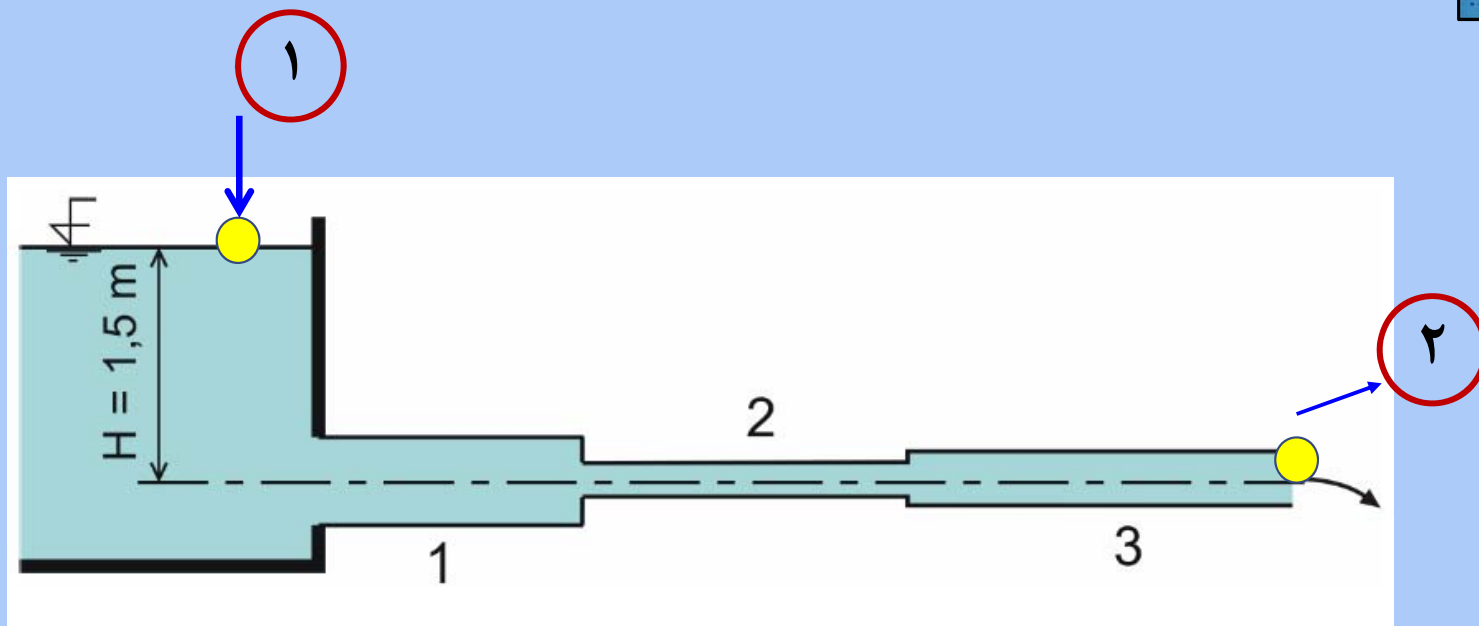
ب) با وجود افت ها

$D_1=0.24 \text{ m}$	$L_1=3 \text{ m}$
$D_2=0.1 \text{ m}$	$L_2=1 \text{ m}$
$D_3=0.12 \text{ m}$	$L_3=2 \text{ m}$



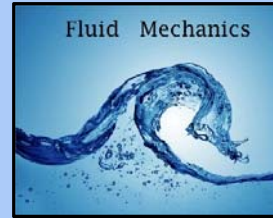
دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)





با فرض جریان ایده آل: افت صفر



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$



$$0 + 0 + 1.5 = 0 + \frac{V_3^2}{2g} + 0$$



$$V_3 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 1.5} = 5.42 \text{ m/s}$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 = V_3 A_3$$



با در نظر گرفتن افت جریان



$$h_{f,1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_{f,2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_{f,3} = f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$h_{m,1} = k_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_{m,2} = k_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_{m,3} = k_3 \frac{V_3^2}{2g}$$

$$1.5 = \frac{V_3^2}{2g} + \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + k_1 \frac{V_1^2}{2g} \right) + \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} + k_2 \frac{V_2^2}{2g} \right) + \left(f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g} + k_3 \frac{V_3^2}{2g} \right)$$



$$k_1 = 0.5 \quad k_2 = 0.35 \quad k_3 = 0.19$$

تکرار اول

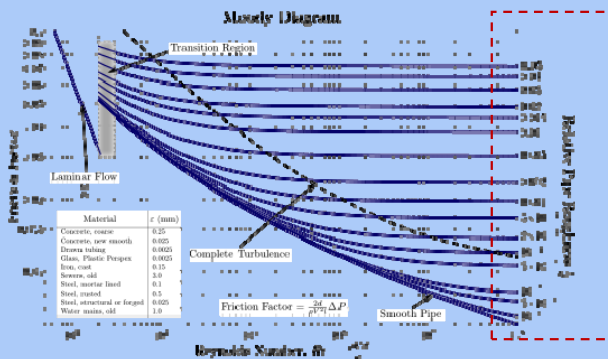
(حدس f)

$$\frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0.5}{240} = 0.0021 \quad \longrightarrow \quad f = 0.024$$

$$\frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0.5}{100} = 0.005 \quad \longrightarrow \quad f = 0.03$$

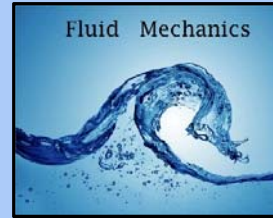
$$\frac{\varepsilon}{D_3} = \frac{0.5}{120} = 0.0042 \quad \longrightarrow \quad f = 0.029$$

$$\varepsilon = 0.5 \text{ mm}$$



دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره)

مکانیک سیالات ۱ (استاد جودکی)



جایگذاری در معادله زیر برای محاسبه V ها

$$1.5 = \frac{V_3^2}{2g} + \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + k_1 \frac{V_1^2}{2g} \right) + \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} + k_2 \frac{V_2^2}{2g} \right) + \left(f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g} + k_3 \frac{V_3^2}{2g} \right)$$

محاسبه Re هر لوله و سپس استفاده از دیاگرام مودی برای F

هر لوله

ادامه دهید...

$$Q_3 = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}$$